دانشگاه آزاد اسلامي واحد تهران جنوب

(دانشكده فني)

گرايش قدرت

عنوان پروژه:

مقايسه كارآيي الگوريتم هاي عددي در حل معادلات پخش بار

استاد راهنما:

مهندس اللهوردي زاده

تهيه و تنظيم:

عليرضا صفرزاده

شماره دانشجويي:

۸۱۱۲۸۴۱۰۲۵

تابستان ۸۴

بسم الله الرحمن الرحيم

در اينجا وظيفه خود مي دانم از جناب آقاي مهندس اللهوردي زاده به پاس زحمات بي شائبه ايشان و همكاري صميمانه در طول انجام پروژه، مراتب سپاس و امتنان خود را بجاي آورم.

فهرست

عنوان **صفحه**

مقدمه.....۶

فصل اول: آشنايي با مسأله پخش بار ۸

1-1- بررسي مسأله پخش بار ۱۰

1-2- باس اسلك.....۱۵

1-3- باس بار.....۱۶

1-4- باس ژنراتور ۱۷

1-5- باس كنترل ولتاژ ۱۸

1-6- روش مستقيم براي حل معادلات خطي جبري ۲۰

فصل دوم: روش گوس و گوس سايدل ۲۳

2-1- روش گوس Gauss ۲۴

2-2- متدهايي براي حل معادلات غير خطي جبري ۲۷

2-2-1- روش گوس سايدل ۲۷

2-2-2- روش تكرار گوس با استفاده از Ybus ۲۸

2-2-3- روش تكرار گوس با استفاده از Zbus ۳۱

2-3- روش گوس سايدل ۳۲

2-3-1- روش گوس سايدل براي حل دستگاههاي معادلات غير خطي ۳۵

2-3-2- روش تكرار گوس سايدل در حل معادلات جبري خطي ۳۵

2-3-3- روش Improved G.S براي حل دستگاههاي معادلات غير خطي ۳۷

2-3-4- روش گوس سايدل در حل مسأله پخش بار ۳۹

2-3-5- شين اسلك ۴۰

2-3-6- شين بار ۴۰

2-3-7- شين ژنراتور ۴۱

2-3-8- شين كنترل ولتاژ ۴۲

فصل سوم: روش Relaxation در حل مسأله پخش بار ۵۱

3-1- روش Relaxation در حل مسأله پخش بار ۵۲

مثال ۵۷

فصل چهارم: روش نيوتن_رافسون در حل مسأله پخش بار ۶۴

4-1- روش Newton Raphson در حل مسأله پخش بار ۶۵

4-1-1- شين اسلك ۷۲

4-1-2- شين بار ۷۳

4-1-3- شين ژنراتور ۷۳

4-1-4- شين كنترل ولتاژ (بوسيله ترانسفورماتور) ۷۵

مثال ۸۲

4-1-5- روش Decoupled Newton ۸۶

4-1-6- تقريبي به روش نيوتن_رافسون ۸۹

فصل پنجم: مقايسه روش گوس سايدل و نيوتن_رافسون ۹۱

مثال: سيستمي با 11 باس و حل بوسيله برنامه نويسي با مطلب ۹۸

فصل ششم: روش حذف و مدل كردن در مسأله پخش بار ۱۰۹

منابع و مراجع ۱۱۹

مقدمه

یک شبکه قدرت بسیار گسترده و وسیع می باشد و غالباً تعداد باس ها و خطوط انتقال بسیار زیاد می باشند . با توجه به این که کار همیشه طبق روال و برنامه پیش بینی شده است ممکن است بخوبی پیش نرود و باید منتظر اتفاقات غیر منتظره نیز بود لذا اهمیت بررسی وحفاظت یک شبکه قدرت بخوبی قابل درک است . بهترین شیوه نظارت بر چنین حجم عملیاتی بزرگ استفاده از روشهای کامپیوتری در حل مسأله پخش بار است. این برنامه کامپیوتری باید از سرعت بالایی برخوردار بوده، زیرا حجم حافظه بکار رفته زیاد بوده و زمان رفع خطا نیز خیلی محدود است . باید روشهای گوناگون مورد بررسی قرار بگیرد و بهترین آنها از لحاظ کارائی و سرعت مشخص گردد تا بتوان در هر لحظه با توجه به مقادیر ولتاژها و جریان ها در هر نقطه از شبکه اتخاذ تصمیم مناسب گردد. با توجه به این که دانستن این اطلاعات نیاز به حجم حافظه بسیار زیادی دارد لذا سعی گردیده با توجه به تکنیکهای جدیدتر راه حلهای سریعتر برای رسیدن به جواب استفاده شوند که البته هر کدام دارای ویژگیهای خواص خود بوده و دارای مزایا و معایبی است . در پروژه حاضر سعی بر آن بوده که روشهای مختلف حل مسأله پخش بار بررسی شده و با توجه به نیاز بهترین آنها مشخص گردد. یکی از این روشها نیوتن _ رافسون بوده که مهمترین روش موجود در حل مسأله پخش بار محسوب می شود. لذا تکیه بیشتری بر روی این روش صورت گرفته است و مزایای آن را نسبت به سایر روشها با مثالهای

متعدد بیان کرده ایم . امید است که با مطالعه این پروژه خواننده در تعیین روش حل مسأله پخش بار به مهارت کافی برسد .

مطالب هر فصل بطور جامع توضیح داده شده است و البته برای احاطه کاملتر بر روی مسأله نیاز به مراجع کلی تر بوده که با مطالعه آنها در کنار این پروژه می توان به نتایج بهتری دست یافت .

فصل اول

آشنائی با مسأله پخش بار

در حالت کلی می توان مطالعه پخش بار در سیستم قدرت را منوط به حل شبکه قدرت در حالت مانا دانست . این مطالعه برای ما نتایج سودمندی در بر خواهد داشت از جمله :

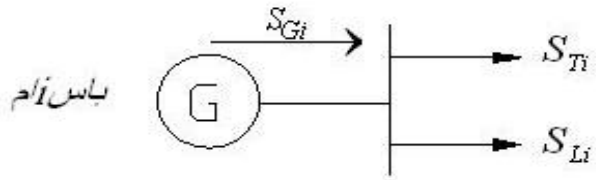
- ولتاژ باس ها هم از نظر اندازه و هم از نظر زاویه
- میزان توان راکتیو که نیروگاهها موظف به تولید می باشند .
- میزان توان اکتیو و راکتیو که در خطوط انتقال جریان می یابند .

حال چنانچه سایر متغیرهاي مربوط به شبکه قدرت در دست باشند مقادیر فوق الذکر قابل محاسبه خواهند بود . این اطلاعات از دو جنبه قابل بررسی و دارای اهمیت میباشند :

۱. بررسی موقعیت و وضعیت موجود در سیستم قدرت .
۲. تصمیم گیری جهت توسعه سیتسم به منظور رویاروئی با رشد بار و همچنین بررسی طرحهای مختلف توسعه .

1-1- بررسی مسأله پخش بار

در یک سیستم قدرت توان تزریقی به باس i را می توان بدین ترتیب محاسبه نمود :



$S_{Gi} = P_{Gi} + jQ_{Gi}$:

$$S_i = P_i + jQ_i = (P_{Gi} - P_{Li}) + j(Q_{Gi} - Q_{Li})$$

توان مختلط تولید شده توسط ژنراتور باس i (کل توان تزریقی به باس i ام از طرف ژنراتورها)

$S_{Li} = p_{Li} + jQ_{Li}$: کل توان مصرفی مربوط به بارهای متصل به باس i ام .

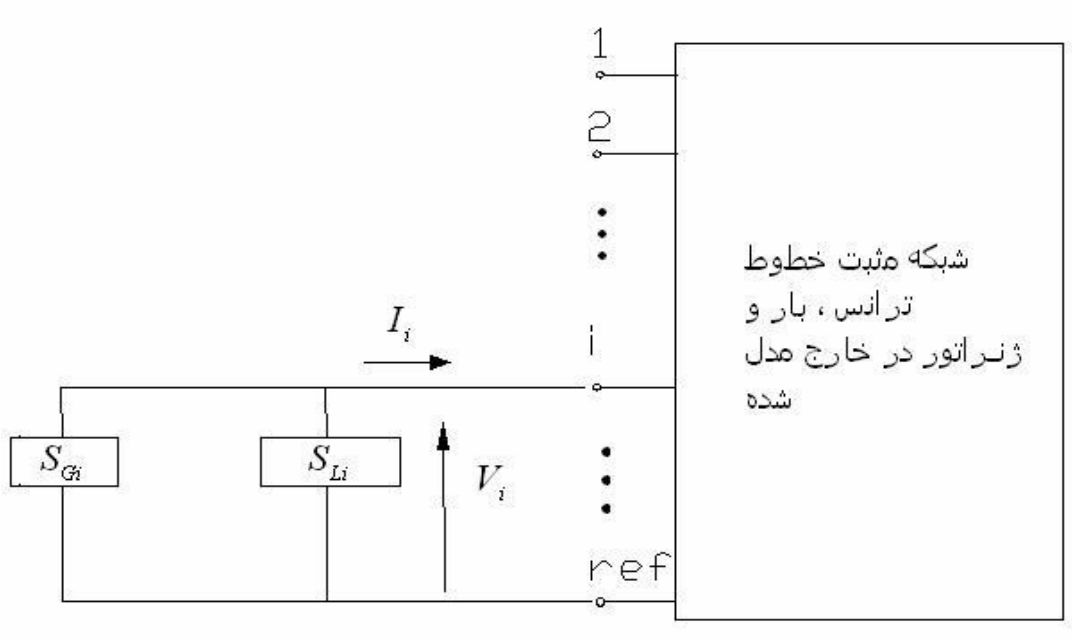
$S_{Ti} = P_{Ti} + jQ_{Ti}$: کل توان مصرفی انتقالی از باس i ام ، $v_i = v_i \angle \delta_i$ ولتاژ در باس i ام .

لذا می توان توان های حقیقی و راکتیو تزریقی به باس را این چنین نوشت :

$$P_i = P_{Gi} - P_{Li} \qquad i = 1,2,3,...,n$$
$$Q_i = Q_{Gi} - Q_{Li} \qquad i = 1,2,3,...,n$$

در یک باس با 8 پارامتر حقیقی روبرو هستیم . پس می توان گفت در یک سیستم قدرت با n باس با 8n متغییر سرو کار داریم .

شکل زیر را می توان بر تحلیل پخش بار سیستم n باس در نظر گرفت :



(شکل 1)

$$P_{Gi} = P_{Li} + P_{Ti}$$
$$Q_{Gi} = Q_{Li} + Q_{Ti}$$

I_i : جریان خالص تزریقی به شین i ام .

V_i : ولتاژ شین مربوطه نسبت به مبنا می باشد .

با نوشتن قانون جریان کیرشهف در باس های یک شبکه قدرت داریم :

$$I_i = \sum_{j=1}^{n} Y_{ij}.V_j \angle(\delta_j + \gamma_{ij})$$

این رابطه را می توان بصورت فشرده زیر بیان کرد :

$$I_{bus} = [Y_{bus}]V_{bus}$$

I_{bus} : یک بردار n × 1 بوده و عناصر این بردار بطور کلی بصورت I_i می باشد .

V_{bus} : یک بردار n × 1 بوده و عناصر ان بردار بطور کل بصورت V_i می باشد .

Y_{bus} : یک ماتریس n × n بوده که عناصر آن بصورت زیر است :

۱. y_{ii} : ادمیتانس خودی یا ادمیتانس نقطه شروع در گره i نامیده می شود و برابر جمع جبری تمامی ادمیتانس های ختم شده به گره i خواهد بود .

۲. y_{ki} : ($i \neq k$) ادمیتانس های متقابل یا ادمیتانس های انتقالی بین گره های i و k بوده و برابرند با :

$$y_{ik} = y_{ki} = (-1)(\text{مجموع ادمیتانس های موجود بین دو گره})$$

ماتریس $[Y_{bus}]$ شامل تمام خطوط انتقالی و ترانسفورماتورها خواهد بود . این ماتریس یک ماتریس $n \times n$ متقارن است ولی در صورتی که در سیستم انتقالی انرژی ترانسفورماتوری تنظیم(Regulating transformer) وجود داشته باشند ، در این حالت ، دیگر $[Y_{bus}]$ متقارن نبوده ولی ابعاد آن یعنی $n \times n$ به قوت خود باقی است .

چنانچه می دانیم از هر باس در سیستم قدرت معمولاً 2 یا 3 خط انتقالی خارج می شود . لذا بیشتر عناصر غیر قطری $[Y_{bus}]$ صفر خواهند بود .

به ماتریس هائی که اکثر عناصر آن را صفر تشکیل می دهد ، ماتریس های اسپارس (Sparse) گفته می شود .

در برخی از شبکه های قدرت $[Y_{bus}]$ ممکن است تا حدود 90% اسپارس باشد . و این موضوع باعث صرفه جوئی فراوان در ذخیره سازی $[Y_{bus}]$ در حافظه کامپیوتر گردد . زیرا دیگر احتیاجی به ذخیره سازی عناصر صفر ماتریس نمی باشد .

حال به توان مختلط انتقالی که تفاضل توان تولید توسط ژنراتور و توان مختلط مصرفی توسط بار در باس i ام می باشد توجه می کنیم :

$$\left.\begin{aligned} S_{Ti} &= S_{Gi} - S_{Li} \\ S_{Ti} &= V_i I_i^* \\ I_i &= \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} V_j \angle(\delta_j + \gamma_{ij}) \end{aligned}\right\} \Rightarrow S_{Ti} = V_i \left[\sum_{j=1}^{n} Y_{ij} V_j \angle(\delta_j + \gamma_{ij}) \right]^*$$

بافرض: $V_i = V_i \angle \delta_i$ ، $V_j = V_j \angle \delta_j$ داریم:

$$Y_{ji} = y_{ij} \angle \gamma_{ij}$$

$$S_{Ti} = \sum_{j=1}^{n} V_i V_j Y_{ji} \angle(\delta_i - \delta_j - \gamma_{ij})$$

اگر مولفه های حقیقی و موهومی رابطه فوق را بدست آوریم :

$$P_{Ti} = \sum_{j=1}^{n} V_i V_j Y_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j - \gamma_{ij})$$

$$Q_{Ti} = \sum_{j=1}^{n} V_i V_j Y_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j - \gamma_{ij})$$

طبق این معادله توان های اکتیو و راکتیو انتقال یافته از هر باس تابعی از ولتاژها در باس های دیگر است . با توجه به معادله فوق می توان نوشت :

$$P_{Gi} - P_{Li} = \sum_{j=1}^{n} Q_{Li} V_j Y_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j - \gamma_{ij})$$

$$Q_{Gi} - Q_{Li} = \sum_{j=1}^{n} V_i V_j Y_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j - \gamma_{ij})$$

$$S_{Gi} - S_{Li} = \sum_{j=1}^{n} V_i V_j^{*} Y_{ij}^{*}$$

طبق این معادله در هر باس با 6 متغیر روبرو هستیم :

۱. P_{Gi} : توان اکتیو تولید شده در باس i

۲. Q_{Gi} : توان راکتیو تولید شده در باس i

۳. P_{Li} : توانی اکتیو مصرفی در باس i

۴. Q_{Li} : توان راکتیو مصرفی در باس i

۵. V_i : ولتاژ در باس i

۶. δ_i : زاویه فاز در شین i

برای هر سیستم n باس می توان 4n معادله نوشت . می دانیم در یک وضعیت خاص از بارگذاری مقادیر Q_L و P_L در کلیه باس ها معین می باشند . در نتیجه 2n مجهول از معادلات شبکه حذف می گردد . ولی هنوز مجهولات 6n بیش از معادلات 4n می باشد . دو متغیر P_{Li} و Q_{Li} معلوم هستند . و 4 متغیر دیگر باقی خواهد ماند . چون دو معادله بالا همواره باید صادق باشند ، لذا مجبوریم 2 متغیر دیگر غیر از P_{Li} و Q_{Li} نیز مشخص و معلوم باشند . از نقطه نظر ریاضی دو متغیر دیگر را می توان به دلخواه انتخاب کرد و مشخص نمود . اما در عمل متغیرهائی معلوم در نظر گرفته می شوند که بتوان از نظر فیزیکی بر روی آنها کنترل داشت . با توجه به

وسایل تعبیه شده بر روی هر باس می توان باس ها را بصورت زیر تقسیم بندی نمود :

نوع باس	پارامترهای معلوم	پارامترهای مجهول	کد	مقدار تقریبی
اسلک(Slack)	V_i و δ_i	P_{Gi} و Q_{Gi}	0	1
بار	P_{Gi} و Q_{Gi}	V_i و δ_i	1	%85
ژنراتور(تولید)	P_{Gi} و V_i	δ_i و Q_{Gi}	2	%15

2-1- باس اسلک

شین اسلک ، شین مادر که به آن باس سوئینگ گفته می شود باسی است که روی آن ژنراتور با امکان تولید بسیار زیاد وجود دارد و از نظر تئوری محدودیتی روی تولید در این باس نیست بعلاوه فاز ولتاژاین باس در شبکه به عنوان مبنا در نظر گرفته می شود ، بدین لحاظ ولتاژ آن را بصورت $V = 1p.u\angle 0^\circ$ در نظر می گیرند. در هر شبکه تنها یک باس سوئینگ (Swing Bus) وجود دارد وکلیه تلفات خطوط انتقال و ترانسفورماتورها از نظر تئوری با تولیدات این شین تأمین می نمایند .

هنگام شماره گذاری باس ها در سیستم قدرت آن را با شماره 1 نشان می دهند . اصولاً در این باس یک ژنراتور موجود است ، تا بعلاوه بر مصرفی که دارد بتواند اضافات شبکه از جمله افت را جبران کند زیرا تا قبل از بررسی بار و اطلاع از مقدار

جریانها (جریان مصرف و تولید) از مقدار افت اطلاعی در دست نیست. بنابراین پیش بینی شینی با این مشخصات که بتواند بعد از مطالعه افت شبکه را جبران کند ، ضروری است . بنابراین بهتر است که باس اسلک در محلی که از نظر تعداد انشعابات در مرکز ثقل شبکه باشد ، انتخاب نمود بخصوص باسی که در آن ژنراتور بزرگی باشد یعنی یکی از شین های نامحدود شبکه را در نظر بگیریم تا بتوانیم هر اندازه توان اکتیو و راکتیو که لازم است از این شین بکشیم . پس ملاحظه می گردد که ولتاژ این شین پیش فازتر از سایر شین ها شده است . بنابراین باید در انتخاب این شین دقت کافی مبذول داشت. زیرا یک انتخاب نامناسب نه تنها کمکی به حل معادلات شبکه نمی کند بلکه باعث پیچیدگی آنها شده یا آنها را غیر قابل حل می کند . شین اسلک را می توان یک شین بار در نظر گرفت یعنی اینکه توسط مقدار بار در این شین تلفات را کنترل نمود که البته این عمل چندان خوب و اقتصادي نیست .

3-1- باس بار

به باسی گفته می شود که میزان تولید توان P_G و Q_G در آن مشخص باشد و حدوداً 80% تا 85% از شین های شبکه از این نوع باس می باشند . شین نوع 1 شینی که توان های اکتیو و راکتیو در آن مشخص باشد . برای این گونه شین ها باید ولتاژ و زاویه آن را محاسبه کرد . اگر در شین فقط مصرف وجود داشته باشد در این صورت $P_{Gi} = Q_{Gi} = 0$ و به این گونه شین ها که در آنها فقط P_{Li} و Q_{Li}

وجود دارند ، شین های بار یا شین های مصرفی (Load Bus) اطلاق می گردد که بصورت کلی در دسته شین های نوع 1 یا PQ قرار می گیرند.

4-1- باس ژنراتور

به باسی اطلاق می گردد که در آن P_{Gi} و V_i معلوم بوده و باید δ_i و Q_{Gi} در این باس محاسبه گردند از نظر تئوري روي اين گونه شين ها ژنراتور يا بانک هاي خازني وجود دارد لذا محدوديتي روي Q_{Gi} که جزء مجهولات مي باشد به صورت $Q_{Gi\min} \le Q_{Gi} \le Q_{Gi\max}$ برقرار است از اين رو در محاسبات پخش بار هنگامي که Q_{Gi} مربوط به هر تکرار در شين هاي از اين نوع بدست مي آيد ، بايد برقرار بودن رابطه اخير بررسي گردد . اگر Q_{Gi} در محدوده مورد نظر باشد که وضعيت مطلوبست و مي توان بدون هيچ تغيري در روند کلي به محاسبه ادامه داد . اما اگر $Q_{Gi\min} > Q_{Gi}$ و يا $Q_{Gi} > Q_{Gi\max}$ باشد مقدار Q_{Gi} را روي اندازه حدسي مربوط تثبيت کرده و از آن پس V_i را بعنوان يک مجهول در اين باس در نظر مي گيريم . به عبارت ديگر در چنين حاليت شين ژنراتور را به يک شين بار تبديل نموده و محاسبات را ادامه مي دهيم با توجه به اين نکته که در تکرارهاي بعدي هم صحت رابطه $Q_{Gi\min} \le Q_{Gi} \le Q_{Gi\max}$ را بررسي مي نماييم و هر گاه برقرار بوده و شين i ام را يک شين ژنراتور در نظر مي گيريم.

5-1- باس كنترل ولتاژ

باز هم مايليم كه اندازه V_i روي مقدار مشخص باقي بماند اما اين عمل نه به كمك تغيير دادن Q_{Gi} بلكه با استفاده از ترانسفورماتور تنظيم كننده ولتاژ و يا ترانسهاي Tap دار صورت مي پذيرد لذا مجهولات در اين شين عبارتند از : δ_i و C كه C مشخص كننده نسبت تبديل ترانسفورماتور مي باشد. به عبارت ديگر ميتوان چنين بيان داشت كه: شين هاي نوع PV همواره متعلق به نيروگاه هستند و از آنجايي كه P_{Gi} و V_i اين نوع شين ها را توسط سيستم كنترل كه بر روي توربوژنراتورها عمل مي كنند، تنظيم و كنترل نمود. پس P و V جزء معلومات به حساب مي آيند. براي بهره برداري از ژنراتور بايد Q_{Gi} و P_{Gi} در محدوده هاي مشخص عمل نمايند. اعمال محدوديت بر روي P_{Gi} ساده است، زيرا به سهولت رابطه $P_{Gi_{\min}} \le P_{Gi} \le P_{Gi_{\max}}$ را مي توان تنظيم و تثبيت نمود. اما اعمال محدوديت بر روي Q_{Gi} زياد ساده و سر راست نيست. زيرا اين كميت يكي از مجهولات مسأله در اين نوع شين مي باشد. مي توان طبق زير عمل كرد:

۱. Q_{Gi} در رابطه $Q_{Gi\min} \le Q_{Gi} \le Q_{Gi\max}$ صدق مي كند در اينصورت به محاسبات ادامه داده و Q_{Gi} محاسبه شده مناسب مي باشد.

۲. اگر $Q_{Gi\min} > Q_{Gi}$ باشد در اينصورت Q_{Gi} را برابر $Q_{Gi\min}$ قرار مي دهيم.

۳. اگر $Q_{Gi} > Q_{Gi\max}$ باشد در اينصورت Q_{Gi} را مساوي $Q_{Gi\max}$ قرار مي دهيم.

هرگاه حالتهاي 2 و 3 رخ دهند پس از تنظيم Q_{Gi} به مقدار حدي ذكر شده، اعمال محدوديت ولتاژ بر روي شين مورد بحث برداشته مي شود، يعني v_i مجهول مي گردد و Q_{Gi} جزء معلومات به شمار مي آيد. در اينصورت اصولاً شين نوع (۲) به شين نوع (۱) مبدل مي شود. ما همواره به آزمايش كردن Q_{Gi} مبني در اين كه در رابطه $Q_{Gi\min} \le Q_{Gi} \le Q_{Gi\max}$ صدق مي كند يا نه ادامه مي دهيم. در صورت صادق بود اين رابطه دوباره شين مورد بحث به شين نوع ۲ مبدل مي شود.

براي حل مساله پخش بار ، از آنجايي كه معادلات كلي پخش بار ، معادلات غير خطي هستند لذا بايد براي حل اين معادلات از روشهاي عددي كه مبتني بر تكرارند ، استفاده نمود .

با توجه به توضيحات بالا براي هر باس 2 پارامتر ديگر نيز معلوم فرض مي شود، پس 2n معادله جبري غير خطي و 2n مجهول داريم كه بايد با يكي از روشهاي پايين حل گردند :

۱. گوس Gauss
۲. گوس – سايدل Gauss –Seidel
۳. Relaxation
۴. نيوتون –رافسون Newton –Raphson

6-1- روش مستقيم براي حل معادلات خطي جبري

معادلات چند مجهوله :

$$
\begin{aligned}
&f_1(x_1, x_2, x_3, ..., x_n) = y_1 \\
&f_2(x_1, x_2, x_3, ..., x_n) = y_2 \\
&\vdots \\
&f_n(x_1, x_2, x_3, ..., x_n) = y_n
\end{aligned}
$$

دستگاه فوق غير خطي خواهد بود اگر چنانچه هر يک از f_i غير خطي باشند . اگر بصورت ماتريس بيان گردد:

AX = Y

براي حل توسط ماتريس سيستم معادلات خطي روبرو را در نظر مي گيريم :

$$
\begin{aligned}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 &= y_1 \\
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 &= y_1 \\
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 &= y_1 \\
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 &= y_1
\end{aligned}
$$

ماتريس A را اگر بصورت دترمينال در نظر بگيريم :

$$
|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & {}_{43} & a_{44} \end{vmatrix}
$$

حال $|A_1|$ را چنين تعريف مي كنيم كه ستون y_i را بجاي ستون اول در دترمينال قرار مي دهيم :

$$|A_1| = \begin{vmatrix} y_1 & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ y_2 & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ y_3 & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ y_4 & a_{42} & {}_{43} & a_{44} \end{vmatrix}$$

با فرض $|A| \neq 0$ باشد مي توان x_i را چنين محاسبه نمود :

$$x_1 = \frac{|A_1|}{|A|} \qquad x_2 = \frac{|A_2|}{|A|} \qquad x_3 = \frac{|A_3|}{|A|} \qquad x_4 = \frac{|A_4|}{|A|}$$

حال قبل از اينكه به سراغ روش اول (Gauss) برويم بد نيست كه روش بدست آوردن و محاسبه ماتريس معكوس و ارائه الگوريتم كامپيوتري را در اين قسمت توضيح دهيم :

$$Y = [A]X$$
$$\rightarrow X = [A]^{-1}Y$$
$$y_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n$$
$$y_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n$$
$$\vdots$$
$$y_n = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n$$

و اگر بر حسب x_i حل كنيم داريم :

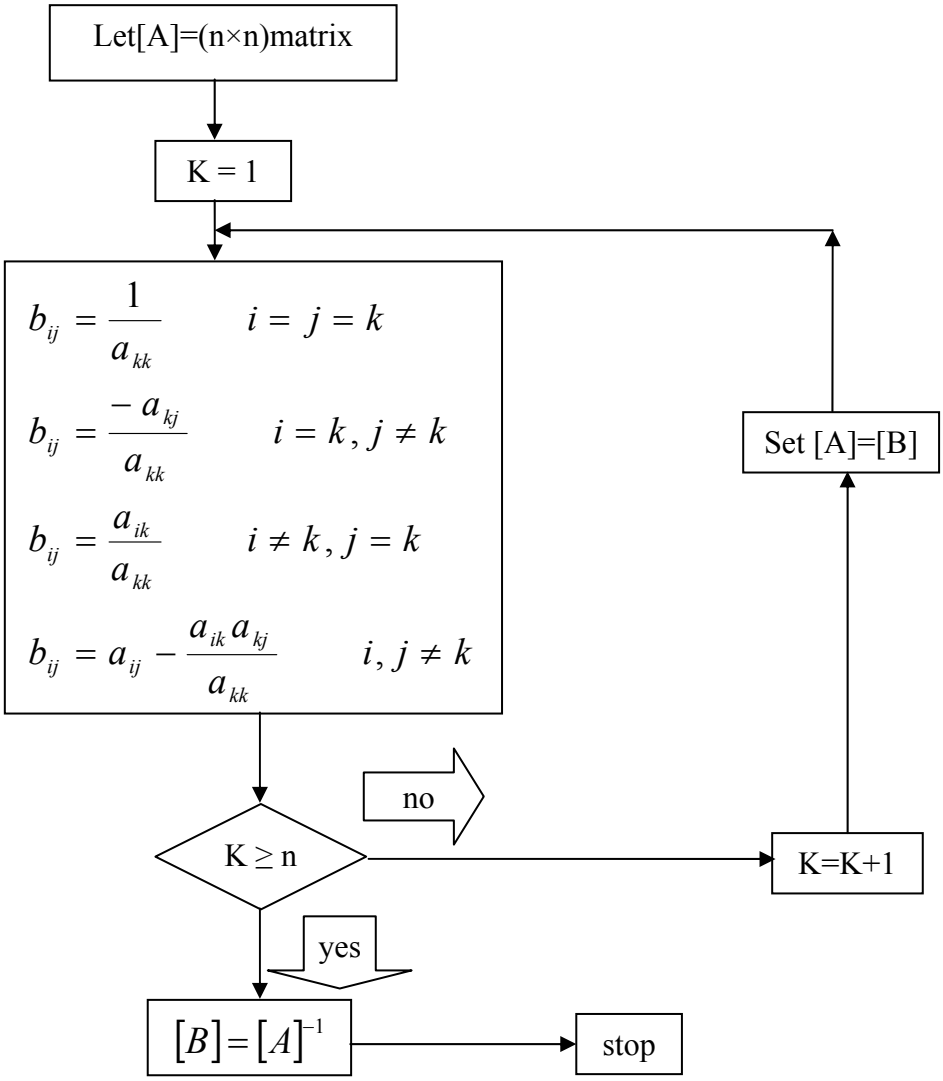
$$x_1 = \frac{1}{a_{11}}y_1 - \frac{a_{12}}{a_{11}}x_2 - \frac{a_{13}}{a_{11}}x_3 - \ldots - \frac{a_{1n}}{a_{11}}x_n$$
$$x_2 = \ldots$$

و با فرض $b_{11}=\frac{1}{a_{11}}, b_{ij}=-\frac{a_{1j}}{a_{11}} \quad i,j\neq 1 \qquad b_{ij}=a_{ij}-\frac{a_{ij}a_{1j}}{a_{11}}$ داریم:

$$
\begin{aligned}
x_1 &= b_{11}y_1 + b_{12}x_2 + \ldots + b_{1n}x_n \\
y_2 &= b_{12}y_{21} + b_{22}x_2 + \ldots + b_{2n}x_n \\
&\vdots \\
y_n &= b_{n1}y_1 + b_{n2}x_2 + \ldots + b_{nn}x_n
\end{aligned}
$$

و با فرض $c_{22}=\frac{1}{b_{22}}, \quad j\neq 2 \qquad c_{2j}=-\frac{b_{2j}}{b_{22}} \quad i,j\neq 2 \qquad c_{ij}=b_{ij}=\frac{b_{i2}b_{2j}}{b_{22}}$ که

اگر بصورت الگوریتم بیان کنیم مي توان بصورت فلوچارت زیر بیان داشت:



فصل دوم

روش گوس Gauss و گوس سایدل

1-2- روش گوس Gauss

ابتدا معادلات خطي روبرو را در نظر مي گيريم:

$$
\begin{aligned}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 &= y_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + a_{24}x_4 &= y_2 \\
a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + a_{34}x_4 &= y_3 \\
a_{41}x_1 + a_{42}x_2 + a_{43}x_3 + a_{44}x_4 &= y_4
\end{aligned}
$$

طرفين معادله اول را بر ضريب x_i يعني $a_{11} \neq 0$ تقسيم مي كنيم:

$$x_i + b_{12}x_2 + b_{13}x_3 + b_{14}x_4 = \frac{y_1}{a_{11}} = g_1$$

و حال طرفين را در a_{21} ضرب كرده و از معادله اول كم مي كنيم:

$$
\begin{aligned}
&(a_{21} - a_{21})x_1 + (a_{22} - a_{21}b_{12})x_2 + \ldots = y_2 - a_{21}g_1 \\
&\Rightarrow a_{22}^{(1)}x_2 + a_{23}^{(1)}x_3 + a_{24}^{(1)}x_4 = y_2^{(1)} \\
&\text{بافرض} \qquad : a_{22}^{(1)} = (a_{22} - a_{21}b_{12}),\ldots
\end{aligned}
$$

و به همين ترتيب براي بقيه به مشابه عمل مي كنيم.

بدين ترتيب داريم:

$$
\begin{aligned}
&x_2 + \frac{a_{23}^{(1)}}{a_{22}^{(1)}}x_3 + \frac{a_{24}^{(1)}}{a_{22}^{(1)}}x_4 = \frac{y_2^{(1)}}{a_{22}^{(1)}} \\
&x_2 + b_{23}x_3 + b_{24}x_4 = g_2 \\
&\vdots \\
&a_{33}^{(2)}x_3 + a_{34}^{(2)}x_4 = y_3^{(2)} \\
&a_{43}^{(2)}x_3 + a_{44}^{(2)}x_4 = y_4^{(2)}
\end{aligned}
$$

و اگر براي معادله سوم ادامه دهيم:

$$x_3 + b_{34}x_4 = g_3$$

و براي معادله چهارم داريم:

$$a_{44}^{(3)} x_4 = y_4^{(3)}$$

پس در نهايت داريم:

$$\begin{aligned} x_1 + b_{12}x_2 + b_{13}x_3 + b_{14}x_4 &= g_1 \\ x_2 + b_{23}x_3 + b_{24}x_4 &= g_2 \\ x_3 + b_{34}x_4 &= g_3 \\ x_4 &= g_4 \end{aligned}$$

و جواب نهايي بصورت زير محاسبه مي گردد:

$$a_{ij}^{(k)} = a_{ij}^{(k-1)} - \frac{a_{ik}^{(k-1)} a_{kj}^{(k-1)}}{a_{kk}^{(k-1)}} \qquad i, j \geq k+1$$

$$y_i^{(k)} = y_i^{(k-1)} - \frac{a_{ik}^{(k-1)} y_k^{(k-1)}}{a_{kk}^{(k-1)}} \qquad i \geq k+1$$

$$b_{kj} = \frac{a_{kj}^{(k-1)}}{a_{kk}^{(k-1)}} \leftarrow j \geq k+1 \qquad g_k = \frac{y_k^{(k-1)}}{a_{kk}^{(k-1)}}$$

$$\Rightarrow x_i = g_i - \sum_{j=i+1}^{n} b_{ij} x_j \qquad i = n, n-1, \ldots, 2, 1$$

ابتدا معادلات بارگذاري باس را بررسي مي كنيم و سپس متد گوس را بدست مي آوريم.

توان راكتيو و حقيقي در باس i ام چنين است:

$$P_i = jQ_i = E_i^* I_i$$

$$I_i = \frac{P_i - jQ_i}{E_i^*}$$

اگر چنانچه y_i ادميتانس موازي مجموع با باس مورد نظر باشد آنگاه $y_i E_i$ جريان تزريقي از باس i ام به زمين خواهد بود:

$$I_i = \frac{P_i - jQ_i}{E_i^*} - y_i E_i$$

جريان گذرا بين باس i و j از باس i ام چين است:

$$I_{ij} = (E_i - E_j) y_{ij} + E_i \frac{y'_{ij}}{2}$$

y_{ij} = ادميتانس خط

y'_{ij} = مجموع ادميتانس line charging

$$p_{ij} - jQ_{ij} = E_i^* (E_i - E_j) y_{ij} + E_i^* E_j \frac{y'_{ij}}{2}$$

براي بررسي شيوه عمل و بدست آوردن جواب دستگاه به فرم $F_i = (x_1, x_2, ..., x_n) = 0 \leftarrow 1 \leq i \leq n$ در نظر مي گيريم. كه x_1 تا x_n مجهول هستند.

$$x_i = f_i(x_1, x_2, ..., x_i, ..., x_n)$$

ابتدا مجهولات مقادير اوليه به صورت $x_1^{(0)}$ تا $x_n^{(0)}$ در نظر ميگيريم و با كمك معادله فوق مقدارهاي اين مجهولات را به جوابهاي واقعي نزديك مي كنيم. مثلاً در اولين براي x_i داريم:

$$x_i^{(1)} = f_i(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, ..., x_i^{(0)}, ...x_n^{(0)})$$

و بطور كلي:

$$x_i^{(k)} = f_i(x_1^{(k-1)}, x_2^{(k-1)}, ..., x_i^{(k-1)}, ...x_n^{(k-1)})$$

پس از پايان هر مرحله از تكرار كليه متغيرها را بصورت زير بدست مي آوريم:

$$\Delta x_i = x_i^k - x_i^{k-1}$$

و چنانچه داشته باشيم:

$$\Delta x_i < \varepsilon, \forall_i$$

آنگاه مي توانيم بگوييم كه همگرايي حاصل گرديده است.

2-2- متدهايي براي حل معادلات غير خطي جبري

2-2-1- روش گوس

در روش گوس براي سيستم هاي ذكر شده داريم:

$$\begin{aligned}
&f_1(x_1, x_2, x_3, ..., x_n) = y_1 \\
&f_2(x_1, x_2, x_3, ..., x_n) = y_2 \\
&\vdots \\
&f_n(x_1, x_2, x_3, ..., x_n) = y_n
\end{aligned}$$

براي انجام تكرار معادلات را به فرم زير در مي آوريم:

$$\begin{aligned}
&x_1 = y_1 + \phi_1(x_2, x_3, ..., x_n) \\
&x_2 = y_2 + \phi_2(x_1, x_3, ..., x_n) \\
&\vdots \\
&x_n = y_n + \phi_n(x_1, x_3, ..., x_{n-1})
\end{aligned}$$

كه با يك تقريب مي توان به حل اوليه رسيد:

$$x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, ..., x_n^{(0)}$$

و پس از آن مقادير تقريبي جديدتر بدست مي آيند:

$$x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, ..., x_n^{(1)}$$

و به همين ترتيب ادامه مي يابد تا به تلرانس مورد نظر برسد.

لازم به ذكر است كه روش تقريبي تكرار گفته شده براي هر دو نوع معادلات سيستمهاي خطي و غير خطي قابل اجرا است.

2-2-2- روش تكرار گوس با استفاده از Ybus (Gauss iterative method using Ybus)

فرمول جريان همانطور كه گفته بوديم چنين است بجز باس اسلك (slack):

$$I_i = \frac{P_i - jQ_i}{E_i^*}$$

$$\overline{I}_{bus} = y_{bus}\overline{E}_{bus} \qquad \begin{cases} i = 1,2,...,n \\ i \neq s \end{cases}$$

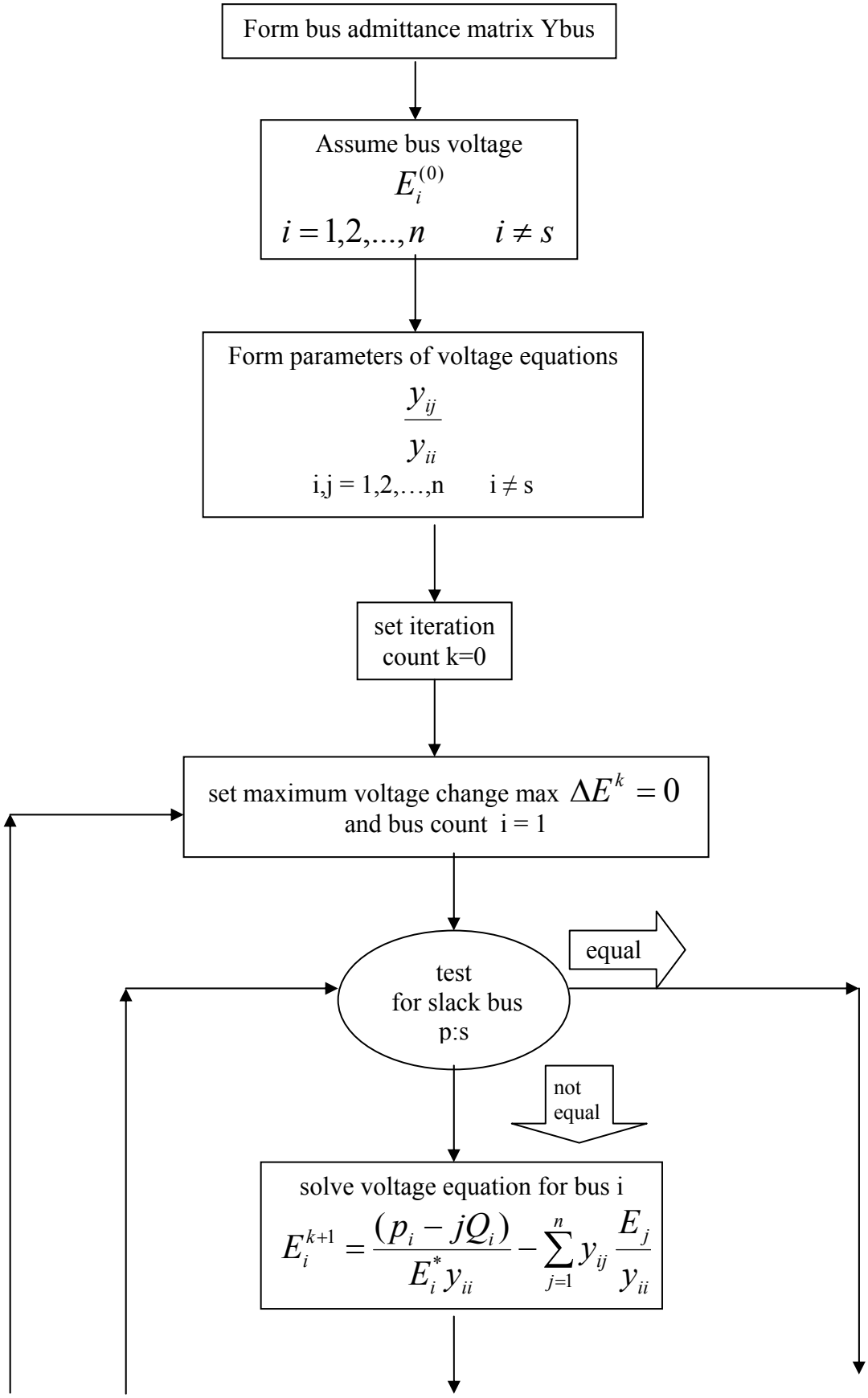
با انتخاب باس مرجع به عنوان زمين مي توان گفت:

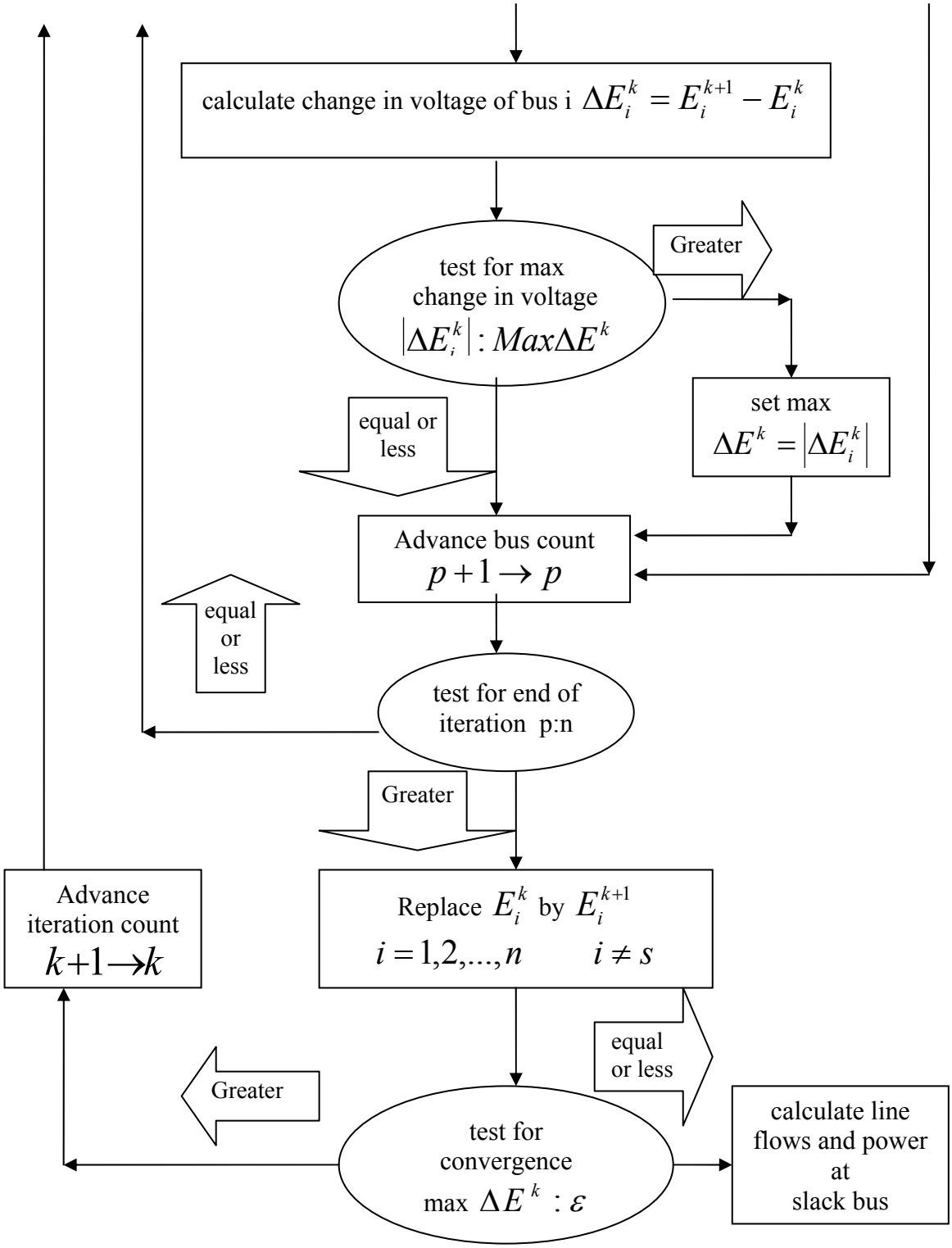
$$v_i = \frac{1}{y_{ij}}(I_i - \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} y_{ij}E_{ij}) \qquad \begin{cases} i = 1,2,...,n \\ i \neq s \end{cases}$$

جريان از فرمول اول بدست آمده و ولتاژ مرجع و ساير باسها هم در فرمول بالا قرار مي گيرند تا ولتاژهاي تكرار بعدي بدست آيند و اين امر ادامه مي يابد تا اينكه ولتاژ (در همه باسها) به مقدار غير قابل قبولي برسد.

از تركيب دو فرمول بالا مي توان بطور كلي بيان داشت:

$$V_i = \frac{1}{y_{ij}}(\frac{P_i - jQ_i}{v_i^*} - \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} y_{ij}E_j)$$


Form bus admittance matrix Ybus
Assume bus voltage
$E_i^{(0)}$
$i = 1,2,...,n \qquad i \neq s$
Form parameters of voltage equations
$\frac{y_{ij}}{y_{ii}}$
i,j = 1,2,…,n i ≠ s
set iteration count k=0
set maximum voltage change max $\Delta E^k = 0$ and bus count i = 1
test for slack bus p:s
equal
not equal
solve voltage equation for bus i
$E_i^{k+1} = \frac{(p_i - jQ_i)}{E_i^* y_{ii}} - \sum_{j=1}^{n} y_{ij} \frac{E_j}{y_{ii}}$



فلوچارت 1 – فلوچارت روش گوس با استفاده از Ybus

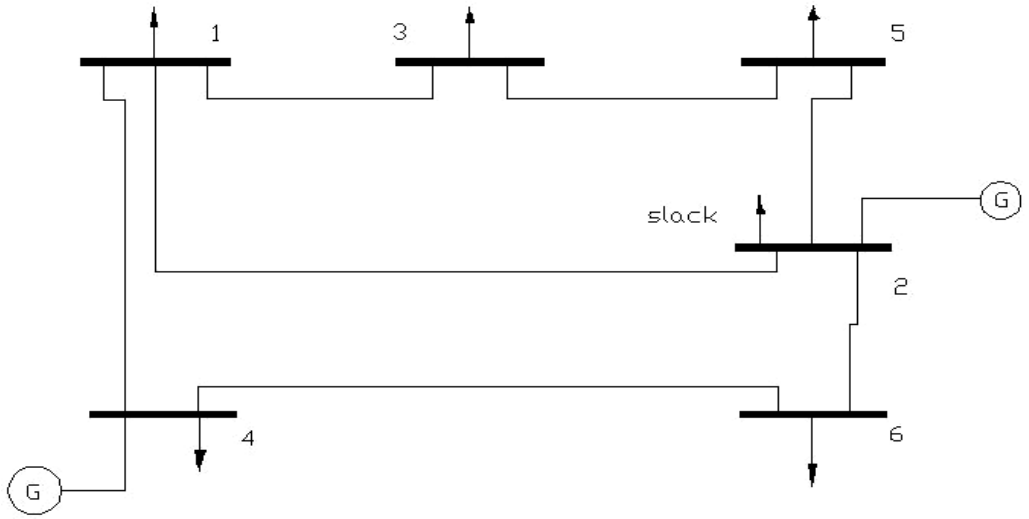
2-2-3- روش تکرار گوس با استفاده از Zbus Gauss iterative method using Zbus

اتصالات موازي با هر باس بصورت منبع جريان در نظر گرفته شده است.

$$I_i = \frac{P_i - jQ_i}{E_i^*} - y_i E_i \qquad \begin{cases} i = 1,2,\ldots, n \\ i \neq s \end{cases}$$

$$\overline{E}_{bus} = Z_{bus}\,\overline{I}_{bus} + \overline{E}_R$$

اگر بطور مثال شبکه زير را در نظر بگيريم:



(شکل 2)

آنگاه معادله تکرار ما بصورت زير خواهد بود با توجه به اينکه باس 2 اسلك بوده داريم:

$$E_i^{k+1} = E_2 + \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq 2}}^{6} Z_{ij} I_j^k \qquad i = 1,3,4,5,6$$

که در آن:

$$I_j^k = \frac{P_j - jQ_j}{(E_j^k)} - y_j E_j^*$$

براي روشن شدن بيشتر مطلب در پايان بحث مثالي از كاربرد كلي آورده شده است.

3-2- روش گوس سايدل Gauss-Seidel

روش گوس سايدل مبتني بر يك الگوريتم تكرار است كه به منظور حل معادلات غير خطي كاربرد فراواني دارد. اول از همه بايد يك سري حدس اوليه زد و بعد از آن جوابهاي حدس زده شده را به ترتيب زير بكار ميبريم:

۱. از معادله اول استفاده كرده و مقادير جديد را با توجه به قرار دادن حدس هاي اوليه محاسبه مي كنيم.
۲. از معادله دوم به جاي حالت قبل استفاده كرده و با استفاده از مقادير جديد حالت 1 و حدسهاي اوليه ساير متغيرها را بدست مي آوريم.
۳. از معادله سوم استفاده كرده و مقادير آنرا با توجه به متغيرهاي بدست آمده در حالت اول و دوم و همچنين حدس اوليه بدست مي آوريم.

⋮

n. به همين ترتيب ادامه مي دهيم تا به آخر برسيم.

بعد از اين مرحله ميتوان گفت كه اولين مرحله تكرار خاتمه يافته است. براي شروع مرحله دوم از جوابهاي بدست آمده در انتهاي مرحله قبل استفاده مي كنيم و به ترتيب قبلي عمل مي نمائيم. تا اينكه مرحله دوم تكرار نيز تمام شود. بدين طريق و بطور مشابه ساير مراحل را انجام مي دهيم و اين عمل را آنقدر تكرار مي كنيم تا

لحظه اي كه تفاضل متغيرها در دو مرحله متوالي بسيار كوچك شود. در اين صورت حل نهائي مسأله حاصل گشته و به عبارت ساده تر همگرايي (convergence) تحقق يافته است.

مسأله همگرايي به حدس هاي اوليه بستگي دارد و اين حدسهاي اوليه به خاطر تجارب عملي كاملاً مشخص هستند. البته اگر قبل از وارد شدن به تكرار بعدي يا مرحله بعدي محاسبات، مقدار حاصله در تكرار يا مرحله قبل را با ضريبي از آن جمع كنيم مثلاً:

$$x_i^k = x_i^{k-1} + \delta \Delta x_i \qquad \delta \geq 1$$

آنگاه همگرايي سريعتر خواهد شد. اين ضريب (δ) را ضريب تسريع يا ضريب شتاب گويند و در روش گوس سايدل عدد 1.6 ضريب تسريع نسبتاً خوبي است.

استراتژي محاسبات در هر يك از انواع شين ها مختلف مي باشد. در مورد شين نوع اسلك اعمال روش تكرار گوس سايدل لزومي ندارد. در هر مرحله از تكرار از روي اين شين جهش كرده و به سراغ شين بعدي ميرويم.

در مورد شين بار از معادله مقابل استفاده نموده و مزدوج آنرا محاسبه مي كنيم:

$$S_{Gi} - S_{Li} = \sum_{j=1}^{n} v_i v_j^* y_{ij}^*$$

$$S_{Gi}^* - S_{Li}^* = \sum_{j=1}^{n} v_i^* v_j y_{ij}$$

$$= v_i^* v_i y_{ij} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} v_i^* v_j y_{ij}$$

$$\Rightarrow v_i = \frac{S_{Gi}^* - S_{Li}^*}{v_i^* y_{ij}} - \frac{1}{y_{ij}} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} v_i y_{ij} \qquad (I)$$

در هر مرحله از تکرار مقادير S_{Li}^{*}, S_{Gi}^{*} ، [Ybus] براي اين شينها معلوم هستند. از معادله فوق استفاده کرده و ولتاژ $v_i = v_i \angle \delta_i$ را در تکرار بعدي حساب مي کنيم.

در شين کنترل ولتاژ مايليم که مقدار ولتاژ ثابت باقي بماند. اما اين امر همواره امکان پذير نيست و به مقدار Q_{Gi} بستگي دارد لذا در تکرار معين، v_i ممکن است الزاماً v_i خواسته شده (v_{ispec}) نباشد. ابتدا در هرکدام از تکرارها که باشيم مقدار فعلي ولتاژ را در نظر ميگيريم و با v_{io} آنرا نشان ميدهيم (يعني: $v_i = v_{io} = v_{io} \angle \delta_{io}$) سپس با استفاده از رابطه مقابل که قبلاً بدست آورده ايم توان Q_{Gi} را حساب ميکنيم:

$$Q_{Gi} = Q_{Li} + \sum_{j=1}^{n} v_{ispec} v_j y_{ij} \sin(\delta_{io} - \delta_j - \theta_{ij}) \qquad (II)$$

حال Q_{Gi} را در رابطه $Q_{Gi_{\min}} \le Q_{Gi} \le Q_{Gi_{\max}}$ آزمايش مي کنيم. اگر اين رابطه بر قرار بود از رابطه (I) استفاده کرده و مقدار تقريبي بعدي ولتاژ v_i را حساب مي کنيم. بايد در سمت راست رابطه براي v_i از v_{ispec} و δ_{io} استفاده شود. حال مقدار جديد ولتاژ v_i را تنظيم کرده و مساوي v_{ispec} قرار ميدهيم و زاويه جديد آن δ_i خواهد بود. پس از اين مرحله به شين بعدي ميرويم. اگر $Q_{Gi} > Q_{Gi_{\max}}$ شود در اين صورت Q_{Gi} را مساوي $Q_{Gi_{\max}}$ قرار داده و v_i را مساوي v_{io} مي گذاريم. در اين صورت باس کنترل ولتاژ بصورت باس بار در مي آيد، و اگر $Q_{Gi} < Q_{Gi_{\min}}$ گرديد در اينصورت Q_{Gi} را برابر $Q_{Gi_{\min}}$ قرار مي دهيم و v_i را مساوي v_{io} مي گذاريم. در اينصورت در بقيه مرحله تکرار با اين شين کاري به مشابه شين بار

انجام ميدهيم. در برنامه هاي محاسباتي همواره يك عدد به عنوان ماكزيمم تكرارها در نظر گرفته مي شود. اگر مسأله پس از اين تعداد تكرار همگرا شد، قدم بعدي محاسبات توانهاي انتقالي در خطوط انتقال مي باشد كه با استفاده از رابطه مقابل توان انتقالي از شين i به شين j محاسبه مي گردد:

$$S_{ij} = P_{ij} + jQ_{ij}$$

سپس در شين اسلك با استفاده از روابطي كه قبلاً گفته شده S_{Gi}, S_{Ti} را حساب ميكنيم. براي شينهاي نوع كنترل ولتاژ نيز Q_{Ti} را محاسبه مي كنيم و با استفاده از آن Q_{Gi} را بدست مي آوريم.

2-3-1- روش گوس سايدل براي حل دستگاههاي معادلات غير خطي

تنها تفاوت موجود در اين است كه در متد گوس سايدل براي بدست آوردن مقدار x_i در مرحله تكرار k ام بجاي X_1^{k-1} تا X_{i-1}^{k-1} از X_1^{k} تا x_{i-1}^{k} كه قبلاً بدست آمده اند استفاده مي كنيم.

$$x_i^{(k)} = f_i(x_1^{(k)},...,x_{i-1}^{(k)},x_i^{(k-1)},...,x_n^{(k-1)})$$

ساير مراحل تكرار مثل قبلي است.

2-3-2- روش تكرار گوس سايدل در حل معادلات جبري خطي

معادلات خطي از سيستم را مثل روبرو در نظر مي گيريم:

$$\begin{aligned}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 &= y_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + a_{24}x_4 &= y_2 \\
a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + a_{34}x_4 &= y_3 \\
a_{41}x_1 + a_{42}x_2 + a_{43}x_3 + a_{44}x_4 &= y_4
\end{aligned}$$

از معادله اول مي توان بدست آورد: $a_{11}x_1 = y_1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3 - a_{14}x_4$

و با تقسيم طرفين بر a_{11} داريم:

$$x_1 = \frac{1}{a_{11}}(y_1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3 - a_{14}x_4)$$

به همين ترتيب براي بقيه ميتوان نوشت:

$$x_2 = \frac{1}{a_{22}}(y_2 - a_{21}x_1 - a_{23}x_3 - a_{24}x_4)$$
$$x_3 = \frac{1}{a_{33}}(y_3 - a_{31}x_1 - a_{32}x_2 - a_{34}x_4)$$
$$x_4 = \frac{1}{a_{44}}(y_4 - a_{41}x_1 - a_{42}x_2 - a_{43}x_3)$$

حال مقادير اوليه براي x_i ها در نظر ميگيريم و تكرار را شروع ميكنيم. به عنوان مثال مي توان چنين گفت:

$$x_1^{(0)} = \frac{y_1}{a_{11}} \qquad x_2^{(0)} = \frac{y_2}{a_{22}} \qquad x_3^{(0)} = \frac{y_3}{a_{33}} \qquad x_4^{(0)} = \frac{y_4}{a_{44}}$$

حال فرمول را بصورت جامع تر در نظر مي گيريم:

$x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \ldots, x_n^{(0)}$ مقادير اوليه

(متد گوس)

$$(I) \qquad x_1^{k+1} = \frac{y_1}{a_{11}} - \frac{a_{12}}{a_{11}}x_2^k - \frac{a_{13}}{a_{11}}x_3^k - \ldots - \frac{a_{1n}}{a_{11}}x_n^k$$
$$x_2^{k+1} = \frac{y_2}{a_{22}} - \frac{a_{21}}{a_{22}}x_1^k - \frac{a_{23}}{a_{22}}x_3^k - \ldots - \frac{a_{2n}}{a_{22}}x_n^k$$
$$\vdots$$
$$x_n^{k+1} = \frac{y_n}{a_{nn}} - \frac{a_{n1}}{a_{nn}}x_1^k - \frac{a_{n2}}{a_{nn}}x_2^k - \ldots - \frac{a_{n.n-1}}{a_{nn}}x_{n-1}^k$$

(متد گوس سايدل)

$$(II) \qquad x_1^{k+1} = \frac{y_1}{a_{11}} - \frac{a_{12}}{a_{11}} x_2^k - \ldots - \frac{a_{1n}}{a_{11}} x_n^k$$

$$x_2^{k+1} = \frac{y_2}{a_{22}} - \frac{a_{21}}{a_{22}} x_1^{k+1} - \ldots - \frac{a_{2n}}{a_{22}} x_n^k$$

$$\vdots$$

$$x_i^{k+1} = \frac{y_i}{a_{ii}} - \frac{a_{i1}}{a_{ii}} x_1^{k+1} - \ldots - \frac{a_{i.i-1}}{a_{ii}} x_{i-1}^{k+1} - \frac{a_{i.i+1}}{a_{ii}} x_{i+1}^k - \ldots - \frac{a_{in}}{a_{ii}} x_n^k$$

$$x_n^{k+1} = \frac{y_n}{a_{nn}} - \frac{a_{n1}}{a_{nn}} x_1^{k+1} - \ldots - \frac{a_{n.n-1}}{a_{nn}} x_{n-1}^{k+1}$$

[4]

2-3-3- روش Improved G.S براي حل دستگاههاي معادلات غير خطي

اين نيز تنها به مانند گوس سايدل داراي يك تفاوت جزئي مي باشد و خيلي شبيه روشي است كه گفته شد. تفاوت بين اين دو روش در اين است كه در متد جديد مقادير مجهولات در مرحله k ام بصورت زير محاسبه مي گردند:

$$x_i^{(k)} = f_i(x_1^{(k)}, \ldots, x_{i-1}^{(k)}, x_i^{(k-1)}, x_{i+1}^{(k-1)}, \ldots, x_n^{(k-1)})$$

$$\Delta x_i = x_i^{(k)} - x_i^{(k-1)}$$

$$x_i^k = x_i^{k-1} + \delta \Delta x_i \qquad (\delta > 1)$$

كه δ را ضريب شتاب مي نامند و سريع تر همگرا مي گردند يعني به تكرارهاي كمتري نياز است تا به جواب برسيم كه مقدار پيش نهادي براي δ ، $1.5 < \delta < 1.7$ است و بطور تقريبي $\delta \approx 1.6$ است.

براي توضيح بيشتر به مثال زير از روش گوس سايدل توجه مي كنيم:

مثال: از معادله زير مقابل را حل كنيد.

$$f(x) = x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$x = \frac{1}{5}x^2 + \frac{4}{5} \qquad or \qquad x = \frac{5x-4}{x}$$

حال مقدار اوليه براي x در نظر گرفته و بكمك رابطه $x^k = F(x^{k-1})$ سعي در بهبود آن مقدار مي كنيم.

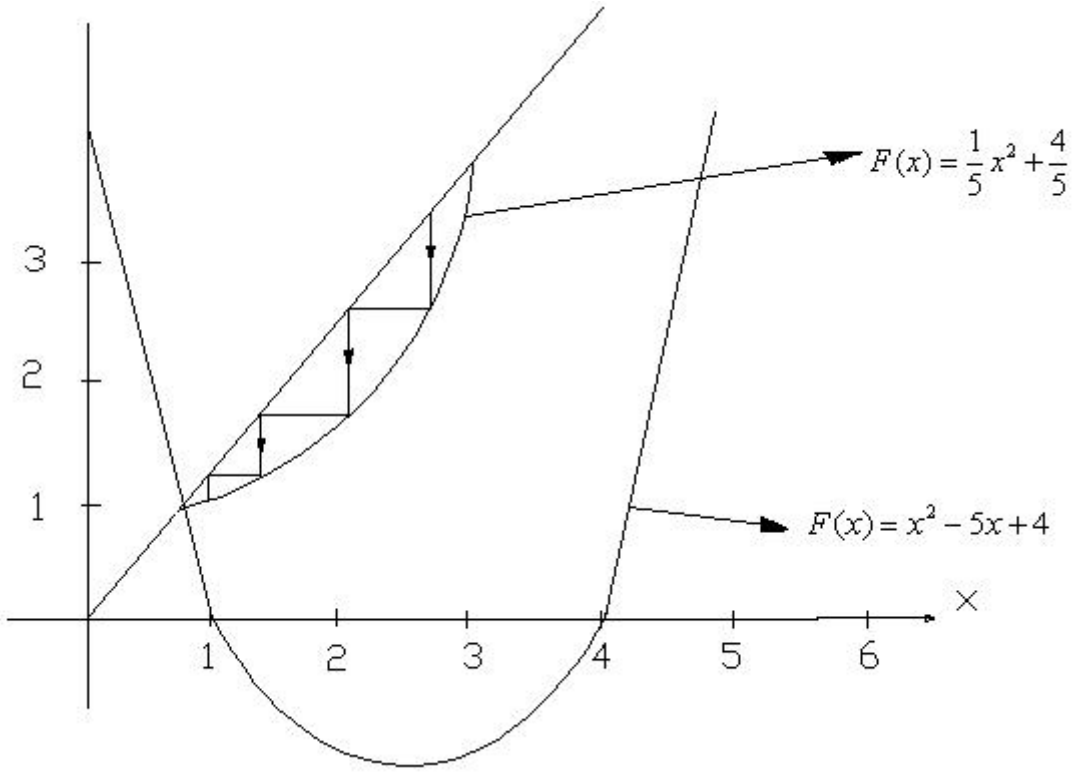
با فرض دو حالت براي مقدار اوليه انجام مي دهيم. فرض $\left.\begin{matrix} x(0)=3 \\ x(0)=5 \end{matrix}\right\}$

تعداد تكرارها (k)	$x^{(k)}$	$x^{(k)}$
0	3.0000	5.0000
1	2.6000	5.8000
2	2.1520	7.5280
3	1.7260	12.1340
4	1.3960	30.2470
5	1.1890	183.7820
6	1.0830	6756.0290
7	1.0300	
8	1.0140	

مي دانيم كه معادله داراي دو ريشه 1 و4 است.

همانطور كه ديده شد اگر از فرض اوليه x(0)=3 شروع كنيم به جواب ميرسيم ولي براي x(0)=5 از جواب خيلي دور شديم و به جواب نرسيديم.

اگر نمودار معادله را رسم كنيم متوجه اختلاف موجود در فرض اوليه مي شويم.



(شكل 3)

ولي خوشبختانه مقدار تقريبي مجهولات پخش بار مشخص است.

ايراد دوم براي رسيدن به جواب سرعت همگرايي پايين بوده و نياز به تكرارهاي زيادي دارد.

2-3-4- روش G.S در حل مسأله پخش بار

ديديم كه در يك شبكه قدرت در حالت كلي چهار نوع شين وجود دارد كه پارامترهاي معلوم و مجهول هر كدام از شينها را در جدول آورديم. از آنجا كه محاسبات پخش بار در هر كدام از شينها به صورتي انجام مي شود حال روش انجام محاسبات را در هر نوع شين جداگانه بررسي مي نمائيم:

2-3-5- شين اسلك

انجام محاسبات تكراري در شين اسلك لزومي ندارد و در هر تكرار از روي اين شين گذر مي كنيم، و تنها پس از حاصل شدن همگرائي P_{Gi} و Q_{Gi} مربوط به اين شين را از روابط زير بدست مي آوريم:

$$P_{Gi} = P_{Li} + \sum_{j=1}^{n} v_i v_j y_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

$$Q_{Gi} = Q_{Li} + \sum_{j=1}^{n} v_i v_j y_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

2-3-6- شين بار

$$S_{Ti} = \sum_{j=1}^{n} v_i v_j^* y_{ij}$$

$$S_{Ti} = S_{Gi} - S_{Li} \qquad \Rightarrow \qquad S_{Gi} - S_{Li} = \sum_{j=1}^{n} v_i v_j^* y_{ij}$$

اگر مزدوج را براي طرفين حساب كنيم:

$$S_{Gi}{}^* - S_{Li}^* = \sum_{j=1}^{n} v_i{}^* v_j y_{ij}$$

$$= v_i^* v_j y_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq 1}}^{n} v_i^* v_j y_{ij}$$

حال v_i را بدست مي آوريم:

$$v_i = \frac{S_{Gi}^* - S_{Li}^*}{v_i^* y_{ii}} - \frac{1}{y_{ii}} \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq 1}}^{n} v_i y_{ij} \qquad (I)$$

براي باس بارها درهر مرحله از تكرار S_{Li}^*, S_{Gi}^* و همينطور Ybus معين مي باشند لذا مي توان از معادله (I) استفاده كرد و ولتاژ v_i را در تكرار بعدي حساب كرد. از

آنجا که معادله (I) یا معادله مختلط مي باشد به کمك آن هم دامنه و هم فاز ولتاژ يعني v_i و δ_i محاسبه مي گردند.

2-3-7- شين ژنراتور

همانطور که قبلاً ذکر شد در شين ژنراتور خواست ما اين است که ولتاژ داراي دامنه مورد نظر باشد يعني داشته باشيم:

$$v_i = v_{ispec}$$

اما به علت محدوديت موجود روي Q_{Gi} ممکن است اين امر ميسر نگردد لذا محاسبات را در اين نوع شينها بصورت زير انجام مي دهيم:

مقدار فعلي ولتاژ را بصورت $v_i = v_{io}\angle\delta_{io}$ در نظر گرفته ابتدا از رابطه زير Q_{Gi} را محاسبه مي کنيم:

$$Q_{Gi} = Q_{Li} + \sum_{j=1}^{n} v_{ispec} v_j y_{ij} \sin(\delta_{io} - \delta_j - \theta_{ij}) \qquad (II)$$

اگر Q_{Gi} در محدوده ($Q_{Gi_{\min}}, Q_{Gi_{\max}}$) قرار داشت، با استفاده از رابطه (I) ولتاژ را براي مرحله بعد پيدا ميکنيم. در اين حالت در سمت راست معادله (I) v_i بصورت $v_{ispec}\angle\delta_i$ محاسبه مي نمائيم. بدين شکل مقدار جديد ولتاژ v_i بصورت $v_i\angle\delta_i$ بدست مي آيد که ما آنرا به فرم $v_i = v_{ispec}$ در تکرار بعدي بکار ميبريم. اما اگر $Q_{Gi} \le Q_{Gi_{\min}}$ و يا $Q_{Gi} \ge Q_{Gi_{\max}}$ گردد، Q_{Gi} را برابر مقدار حدي قرار داده وv_i را بصورت $v_{io}\angle\delta_{io}$ در محاسبات بکار مي بريم. در ين صورت شين ژنراتور

بصورت شين بار در مي آيد و در مرحله بعدي يك مرحله شين بار در نظر گرفته مي شود.

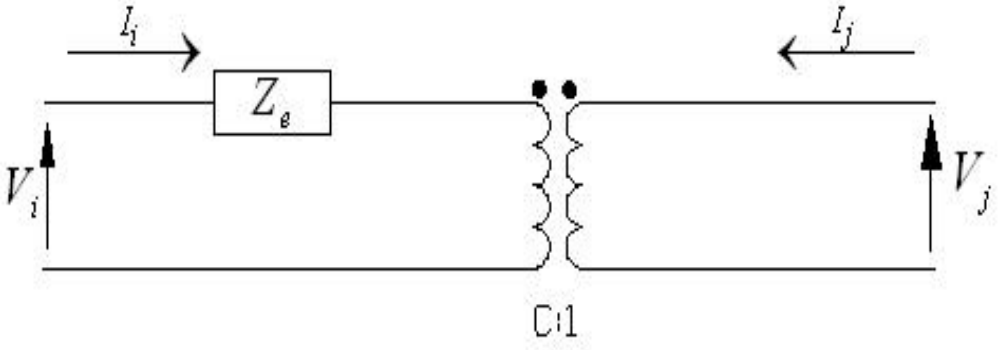
2-3-8- شين كنترل ولتاژ

در تقسيم بندي شينها در اين مبحث لفظ شين كنترل ولتاژ را براي شينهايي كه روي آنها ترانسفورماتور تنظيم كننده و يا ترانس داراي tap changer بكار ببريم. و اين امر بدان سبب بوده كه روش محاسبات در چنين شينهايي با آنچه در شين ژنراتور انجام مي گرفت متفاوت است. با اين توضيح در آخرين مرحله از اين بخش روش انجام محاسبات پخش بار را در شينهاي كنترل ولتاژ بررسي مي كنيم. مي دانيم نسبت تبديل يك ترانس تنظيم كننده عددي مختلت به صورت $C = c\angle\alpha$ مي باشد كه مي توان C و α را بصورت جداگانه در محدوده معيني، بصورت پله اي تغيير داد.

در اغلب موارد داريم:

$$0.9 \le C \le 1.1 \qquad \Delta C = 0.025$$
$$-10^\circ \le \alpha \le 10^\circ \qquad \Delta\alpha = 2.5^\circ$$

فرض مي كنيم چنين ترانسفورماتوري بين شينهاي i و j يك شبكه قرار گرفته باشد تا به اين وسيله ولتاژ شين i كنترل گردد.



(شكل 4)

طبق تئوري شبكه هاي دو قطبي مي توان ادميتانس هاي اتصال كوتاه را براي مدار فوق كه شامل يك تراسفورماتور ايده آل مي باشد، بصورت زير بدست آورد:

$$I_i = y_{ii} v_i + y_{ij} v_j$$
$$I_j = y_{ij} v_i + y_{jj} v_j$$
$$\Rightarrow \qquad y_{ii} = \frac{I_i}{v_i}\Big|_{v_i=0} = y_e$$

از آنجا كه با تغيير c

$$y_{ij} = \frac{I_i}{v_j}\Big|_{v_i=0} = -c y_e \qquad (III)$$
$$y_{ji} = \frac{I_j}{v_i}\Big|_{v_j=0} = -c^* y_e$$
$$y_{jj} = \frac{I_j}{v_j}\Big|_{v_i=0} = c^2 y_e$$

به اندازه v_i و با تغيير α مقدار p_{ij} دستخوش تغيير مي گردد، محاسبات پخش بار را در اين نوع شين هاي كنترل ولتاژ بدين ترتيب انجام مي دهيم كه ولتاژ فعلي شين i را v_{io} فرض كرده، در نخستين مرحله v_{io} را با v_{ispec} مقايسه مي كنيم. اگر ولتاژ پايين بود، C را به ميزان يك گام Δc زياد مي كنيم. اگر ولتاژ پايين نبود و بالا بود C را به ميزان يك گام Δc كم مي نمائيم. حتي اگر لازم باشد C را بيش از يك گام

Δc تغيير دهيم تا ولتاژ در محدوده مناسبي قرار گيرد اين كار را نكرده و به همان يك گام اكتفا مي كنيم چرا كه با اين عمل مي توان اميد داشت در مرحله بعدي خطاي موجود در v_i به اندازه قابل قبول كاهش يابد در مرحله بعد p_{ij} را محاسبه مي نمائيم. اگر از تلفات ترانسفورماتور صرف نظر كنيم مي توان رابطه زير را براي اين منظور بكار برد.

$$P_{ij} = \mathrm{Re}(v_i I_i^*)$$
$$\rightarrow I_i = y_e v_i - c y_e v_j$$
$$P_{ij} = \mathrm{Re}(v_i y_e^* v_i^* - v_i c^* y_e^* v_j *)$$
$$= v_i^2 y_e \cos\theta_e - v_i v_j c y_e \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_e - \alpha)$$

حال ميزان تغييرات p_{ij} در اثر تغيير α به اندازه $\Delta\alpha$ را تخمين مي زنيم:

$$\Delta P_{ij} = \frac{\partial P_{ij}}{\partial \alpha} \Delta\alpha$$
$$\Rightarrow \frac{\partial P_{ij}}{\partial \alpha} = -v_i v_j c y_e \sin(\delta_i - \delta_j - \theta_e - \alpha)$$

اگر $\left|P_{ij} - P_{ijspec}\right| \le \frac{\Delta P_{ij}}{2}$ باشد تغيير α ضرورت ندارد. اما اگر اين رابطه برقرار نشد α را به ميزان يك گام در جهت مناسب تغيير مي دهيم. حال با در نظر گرفتن مقادير جديد C و α ماتريس Ybus را نوسازي مي كنيم و براي اين منظور از روابط زير استفاده مي كنيم:

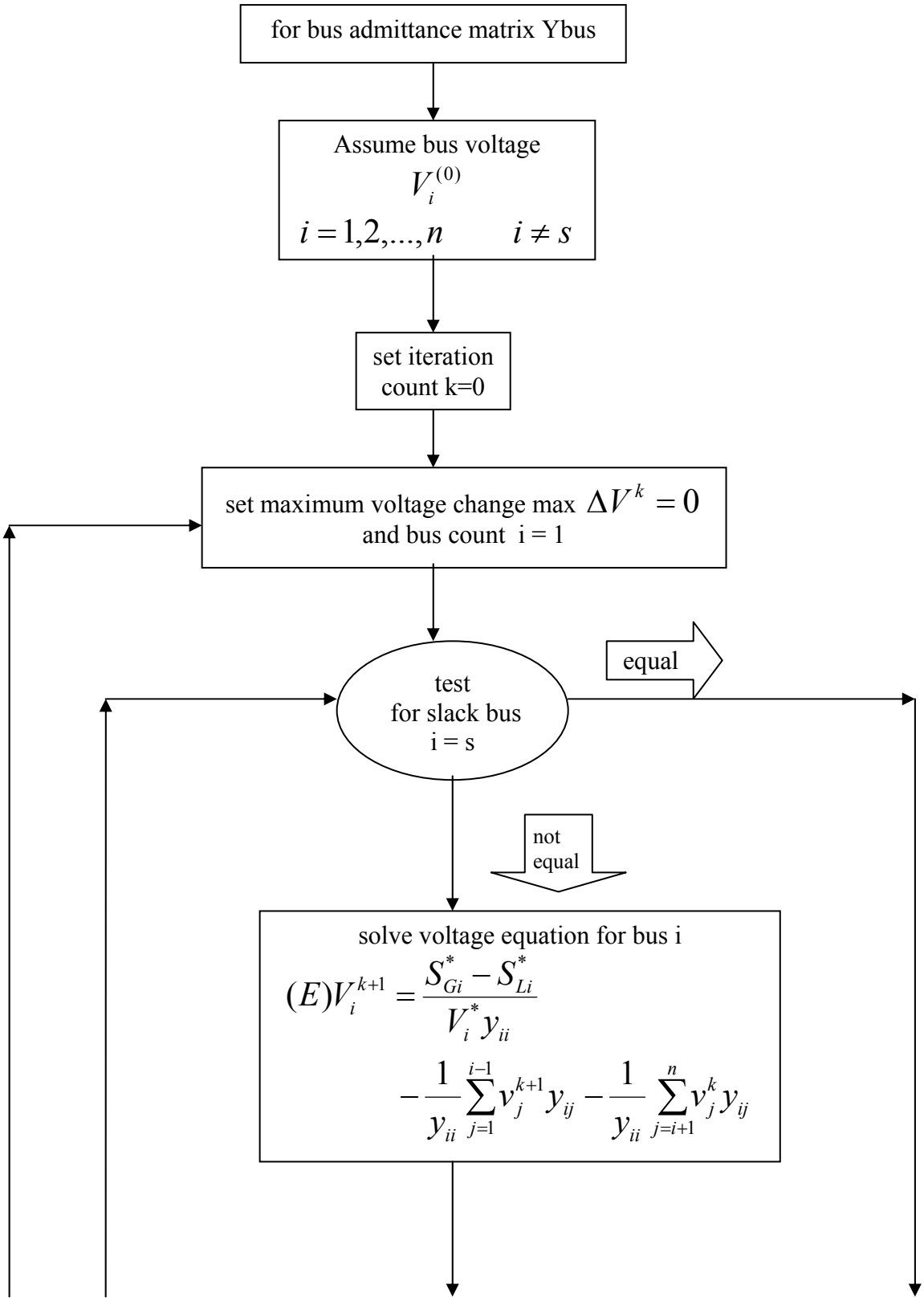
$$y_{ii_{new}} = y_{ii_{old}} - y_{ii_{new}} - y_{ii_{old}}$$

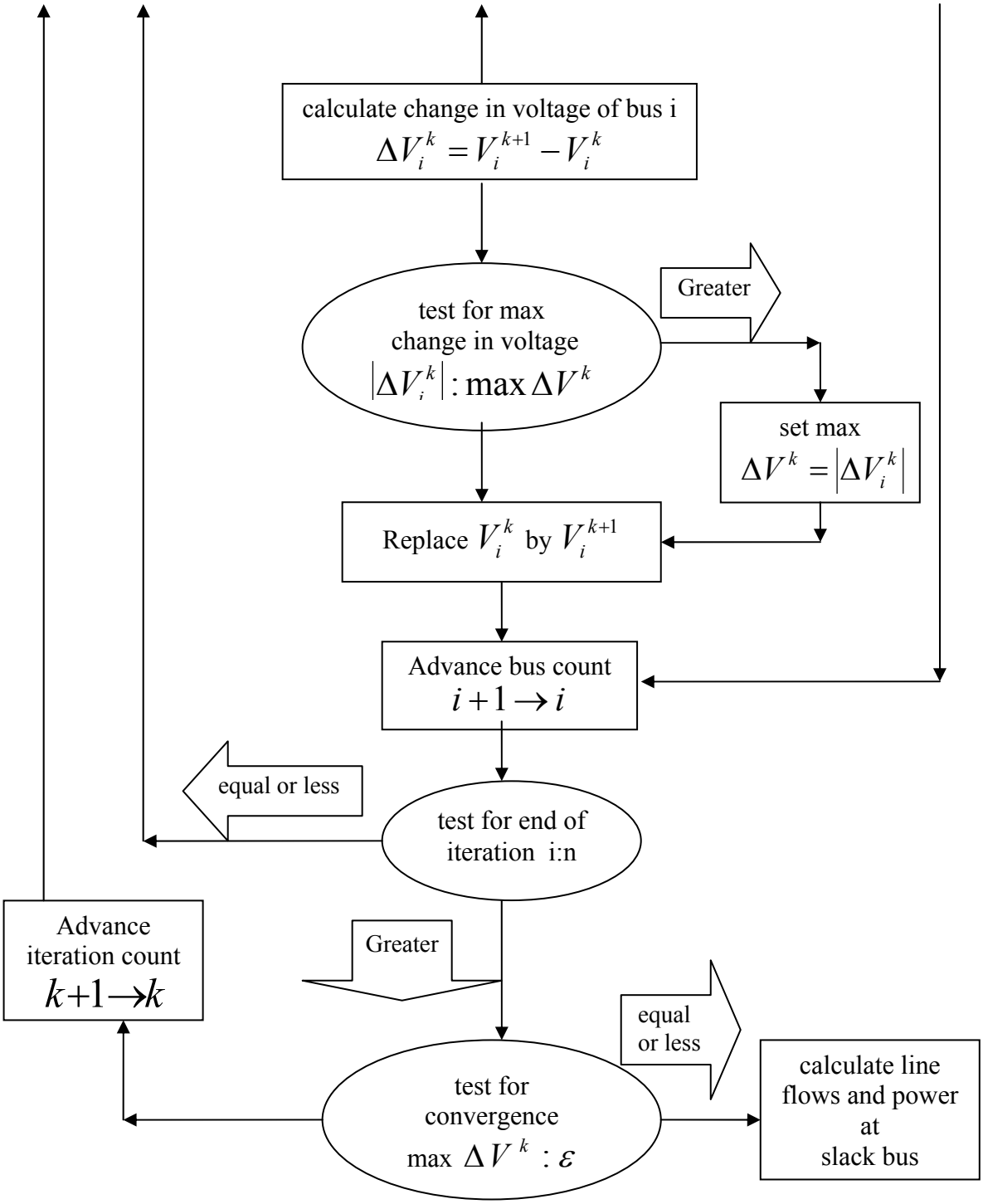
$$y_{ij_{new}} = y_{ij_{old}} - y_{ij_{new}} - y_{ij_{old}}$$

$$y_{ji_{new}} = y_{ji_{old}} - y_{ji_{new}} - y_{ji_{old}}$$

$$y_{jj_{new}} = y_{jj_{old}} - y_{jj_{new}} - y_{jj_{old}}$$

که در این روابط مقادیر مشخص شده با اندیس old مربوط به تکرار قبل مي باشند و y هاي با اندیس new از معادلات (III) و با وارد کردن مقادیر جدید C و α محاسبه مي گردند. در آخرین مرحله از معادلات مربوط به شین کنترل ولتاژ v_i را به کمك رابطه (I) محاسبه کرده و به شین بعدي مي رویم. نکته حائز اهمیت این است که در هر مرحله C و α باید در محدوده مجاز خود قرار داشته باشند. پس در بررسي پخش بار به روش G.S از شین شماره 1 شروع کرده و با توجه به نوع هر شین محاسبات مربوط را به نحوي که اخیراً شرح داده شد انجام مي دهیم. بعد از پایان هر تکرار همگرایي را بررسي مي کنیم. هرگاه همگرایي حاصل گردید نتایج مورد نیاز را محاسبه مي کنیم. براي هر چه روشن تر شدن مطلب به فلوچارت عملیات که در شکل زیر آورده شده است توجه کنید.


for bus admittance matrix Ybus
Assume bus voltage
$V_i^{(0)}$
$i = 1,2,...,n \qquad i \neq s$
set iteration count k=0
set maximum voltage change max $\Delta V^k = 0$
and bus count i = 1
test
for slack bus
i = s
equal
not equal
solve voltage equation for bus i
$(E)V_i^{k+1} = \frac{S_{Gi}^* - S_{Li}^*}{V_i^* y_{ii}} - \frac{1}{y_{ii}} \sum_{j=1}^{i-1} v_j^{k+1} y_{ij} - \frac{1}{y_{ii}} \sum_{j=i+1}^{n} v_j^k y_{ij}$



فلوچارت 2 – فلوچارت روش روش گوس سایدل با استفاده از Ybus

ممکن است در محاسبات پخش بار به روش G.S به جاي Ybus از Zbus استفاده گردد. چون نحوه عملیات بسیار شبیه حالت قبل است تنها به آوردن فلوچارت مربوط اکتفا مي کنیم.

$$I_i = \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} - y_i v_i \qquad \begin{cases} i = 1,2,...,n \\ i \neq s \end{cases}$$

$$(v)\overline{E}_{bus} = Z_{bus}\overline{I}_{bus} + \overline{E}_R$$

$\overline{E}_R$: برداري که باس slack را مرجع سایر باس ها در نظر گرفته ایم.

براي شبکه نمونه اي مثال گفته شده اگر بنویسیم، داریم:

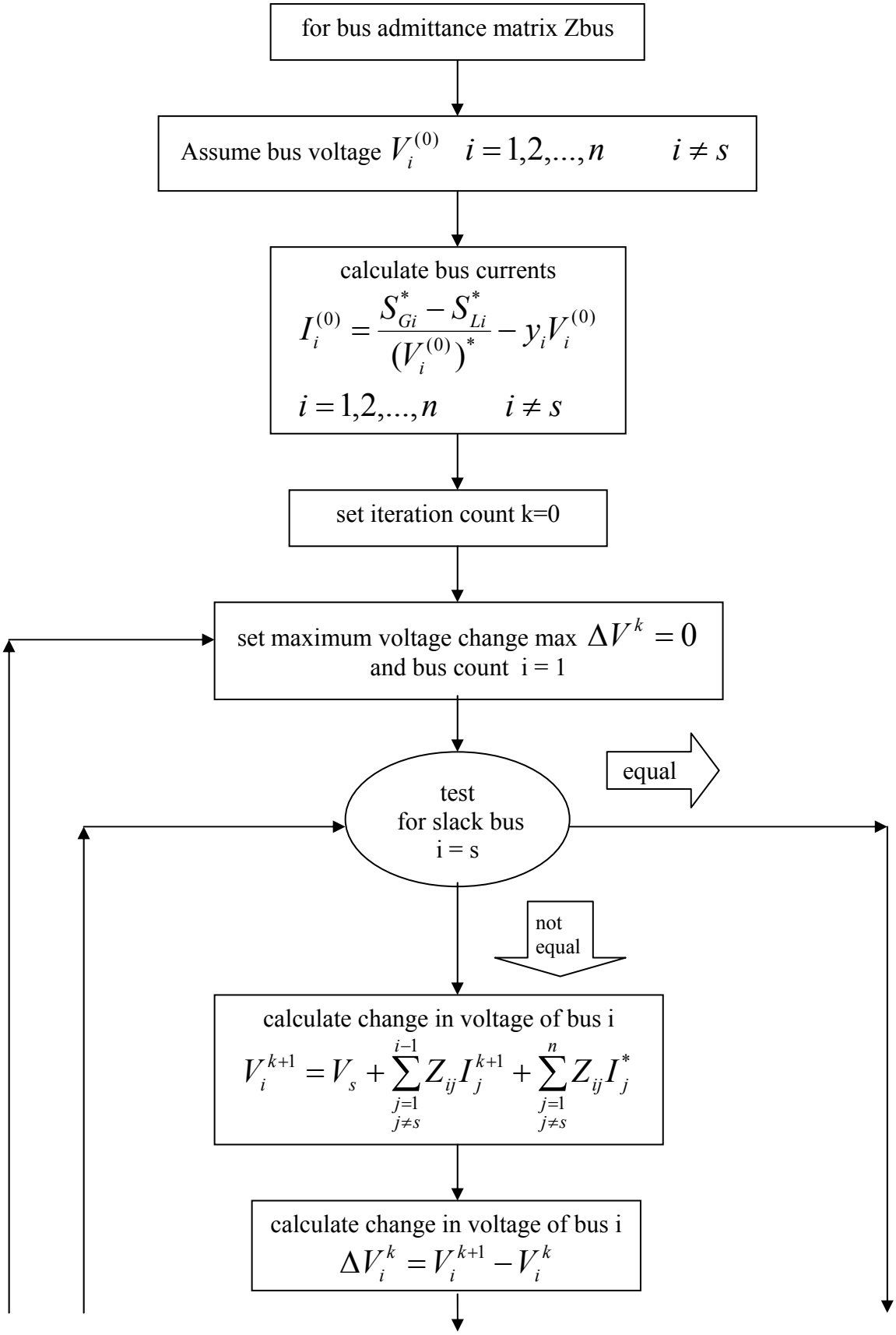
$$(E_i) = V_i^{k+1} = V_2 + \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq 2}}^{6} Z_{ij} I_j^* \qquad i = 1,3,4,5,6$$

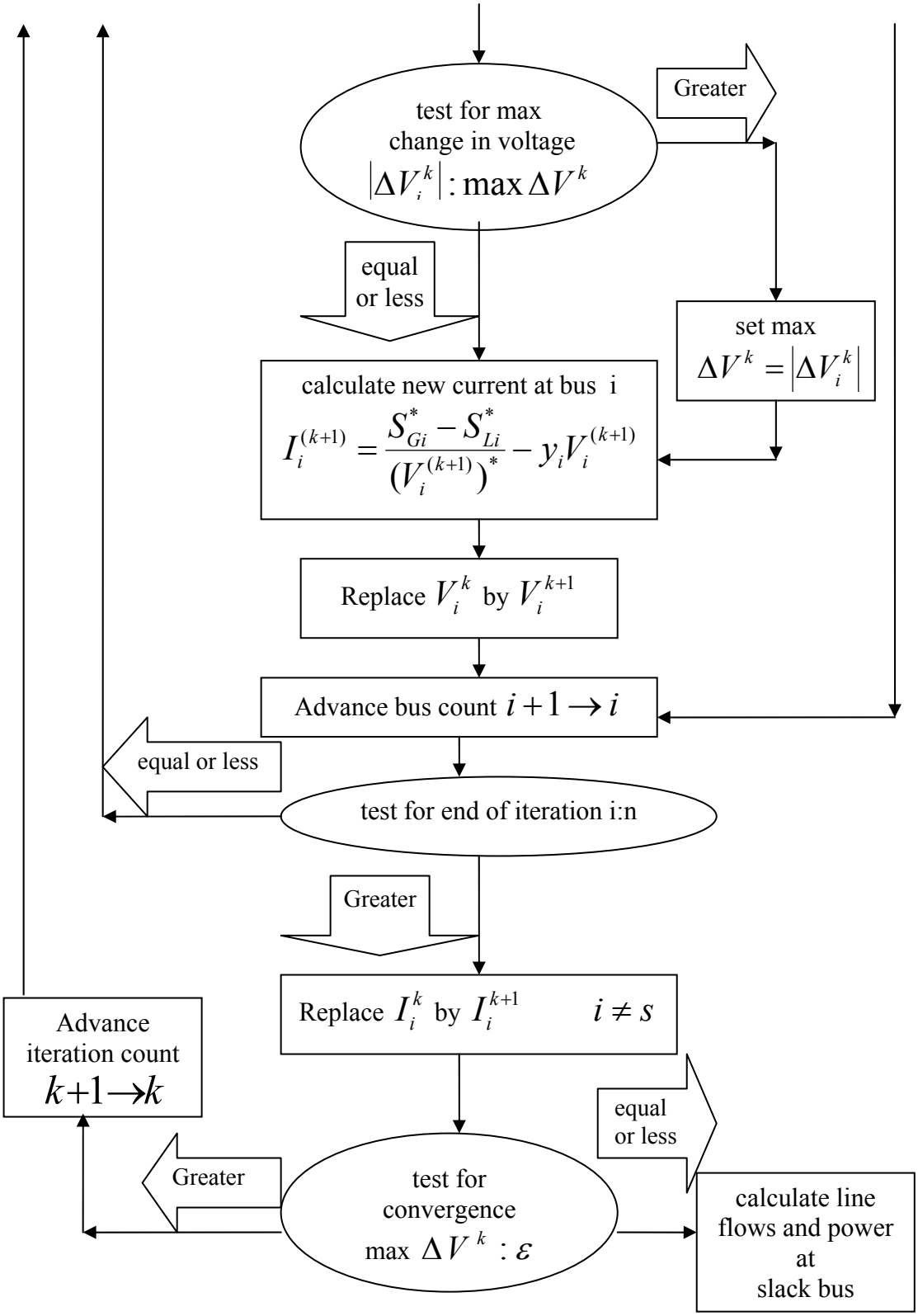
که درآن داریم:

$$I_j^k = \frac{P_j - jQ_j}{(v_j^k)^*} - y_i v_j^k$$

و

$$I_j^{k+1} = \frac{P_j - jQ_j}{(v_j^{k+1})^*} - y_i v_j^{k+1}$$


for bus admittance matrix Zbus
Assume bus voltage $V_i^{(0)}$ $i = 1,2,...,n$ $i \neq s$
calculate bus currents
$I_i^{(0)} = \frac{S_{Gi}^* - S_{Li}^*}{(V_i^{(0)})^*} - y_i V_i^{(0)}$
$i = 1,2,...,n$ $i \neq s$
set iteration count k=0
set maximum voltage change max $\Delta V^k = 0$
and bus count i = 1
test
for slack bus
i = s
equal
not
equal
calculate change in voltage of bus i
$V_i^{k+1} = V_s + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq s}}^{i-1} Z_{ij} I_j^{k+1} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq s}}^{n} Z_{ij} I_j^*$
calculate change in voltage of bus i
$\Delta V_i^k = V_i^{k+1} - V_i^k$



فلوچارت 3- فلوچارت روش گوس سایدل با بکارگیري Zbus

فصل سوم

روش Relaxation در حل مسأله پخش بار

3-1- روش Relaxation در حل مسأله پخش بار

سيستم معادلات روبرو را در نظر مي گيريم:

$$
\begin{aligned}
&x_1 + b_{12}x_2 + b_{13}x_3 + b_{14}x_4 - z_1 = 0\\
&b_{21}x_1 + x_2 + b_{23}x_3 + b_{24}x_4 - z_2 = 0\\
&b_{31}x_1 + b_{32}x_2 + x_3 + b_{34}x_4 - z_3 = 0\\
&b_{41}x_1 + b_{42}x_2 + b_{43}x_3 + x_4 - z_4 = 0
\end{aligned}
$$

كه در آن داريم:

$$b_{ij} = \frac{a_{ij}}{a_{ii}}$$

$$z_i = \frac{y_i}{a_{ii}}$$

حال چنانچه مقدارهاي اوليه $x_i(0)$ را در معادله قرار دهيم $R_i(0)$ به عنوان جواب بدست مي آيد طبق روابط زير:

$$
\begin{aligned}
&x_1^{(0)} + b_{12}x_2^{(0)} + b_{13}x_3^{(0)} + b_{14}x_4^{(0)} - z_1 = R_1^{(0)}\\
&b_{21}x_1^{(0)} + x_2^{(0)} + b_{23}x_3^{(0)} + b_{24}x_4^{(0)} - z_2 = R_2^{(0)}\\
&b_{31}x_1^{(0)} + b_{32}x_2^{(0)} + x_3^{(0)} + b_{34}x_4^{(0)} - z_3 = R_3^{(0)}\\
&b_{41}x_1^{(0)} + b_{42}x_2^{(0)} + b_{43}x_3^{(0)} + x_4^{(0)} - z_4 = R_4^{(0)}
\end{aligned}
$$

براي تكرار k ام مي توانيم چنين بنويسيم:

$$
\begin{aligned}
&\Delta x_i^k = -R_i^k\\
&x_i^{k+1} = x_i^k + \Delta x_i^k
\end{aligned}
$$

و براي محاسبات بعدي داريم:

$$R_j^{k+1} = R_j^k + b_{ji}\Delta x_i^k \qquad j \neq i$$

در اين روش، از معادلات جريان باس ها براي حل مسأله استفاده مي كنيم. مي توان جريان باس i ام را بصورت زير نوشت:

$$I_i = y_{i1}v_1 + y_{i2}v_2 + \ldots + y_{ii}v_i + \ldots + y_{in}v_n$$

و به صورت زير بازنويسي مي كنيم:

$$y_{i1}v_1 + y_{i2}v_2 + \ldots + y_{in}v_n - I_i = R_i \qquad (*)$$

در رابطه اخير R_i مانده ناميده مي شود و ناشي از خطاي موجود در محاسبه جريان I_i بر اساس ولتاژهاي فرضي باس ها مي باشد. طبق اين روش با ولتاژهاي فرضي $v_s, v_i^{(0)}, \begin{cases} i = 1,2,\ldots,n \\ i \neq s \end{cases}$ مقادير جريان باس ها از رابطه اخير در زير محاسبه مي گردند:

$$I_i = \frac{S_{Gi}^* - S_{Li}^*}{(v_i^{(0)})^*} \qquad i = 1,2,\ldots,n \qquad i \neq s$$

از آنجا كه ولتاژ باس slack كاملاً معين مي باشد نيازي به انجام محاسبات در اين باس نمي باشد. حال كه I_i ها محاسبه گرديد از رابطه (*) استفاده كرده و مانده را در كليه باس ها بدست مي آوريم. در مرحله بعد باسي را كه بزرگترين مانده متناظر با آن بوده مشخص كرده و ولتاژ آن را بصورت زير تصتيح مي كنيم:

$$\Delta v_i^{(k)} = -\frac{R_i^{(k)}}{y_{ii}}$$

$$v_i^{(k+1)} = v_i^{(k)} + \Delta v_i^{(k)}$$

$$I_i^{(k+1)} = \frac{S_{Gi}^* - S_{Li}^*}{(V_i^{(k+1)})^*}$$

به علت اين تغيير در جريان باس مي توان مانده متناظر با آن را بصورت زير تصتيح نمود:

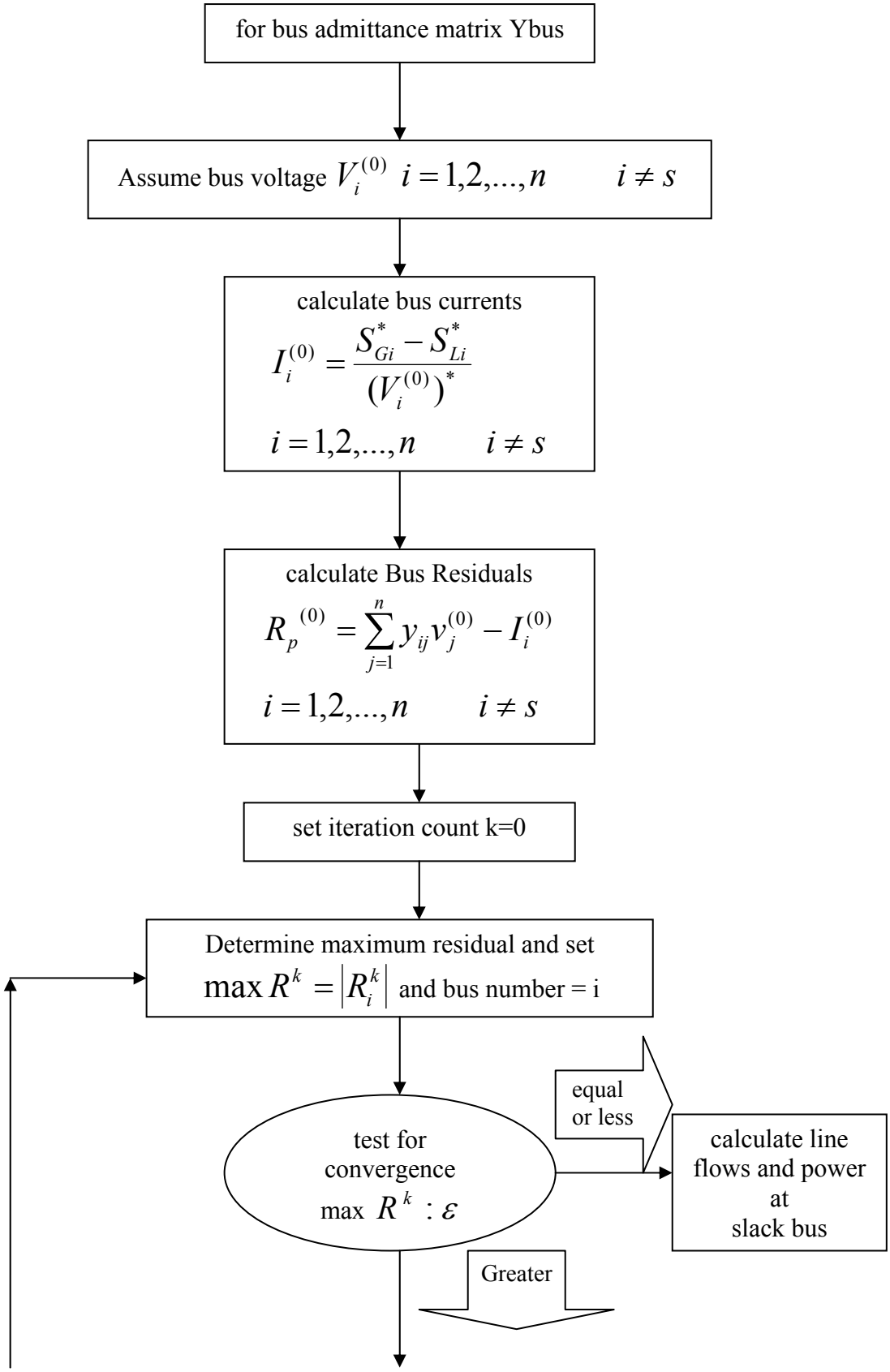
$$R_i^{(k+1)} = I_i^{(k)} - I_i^{(k+1)}$$

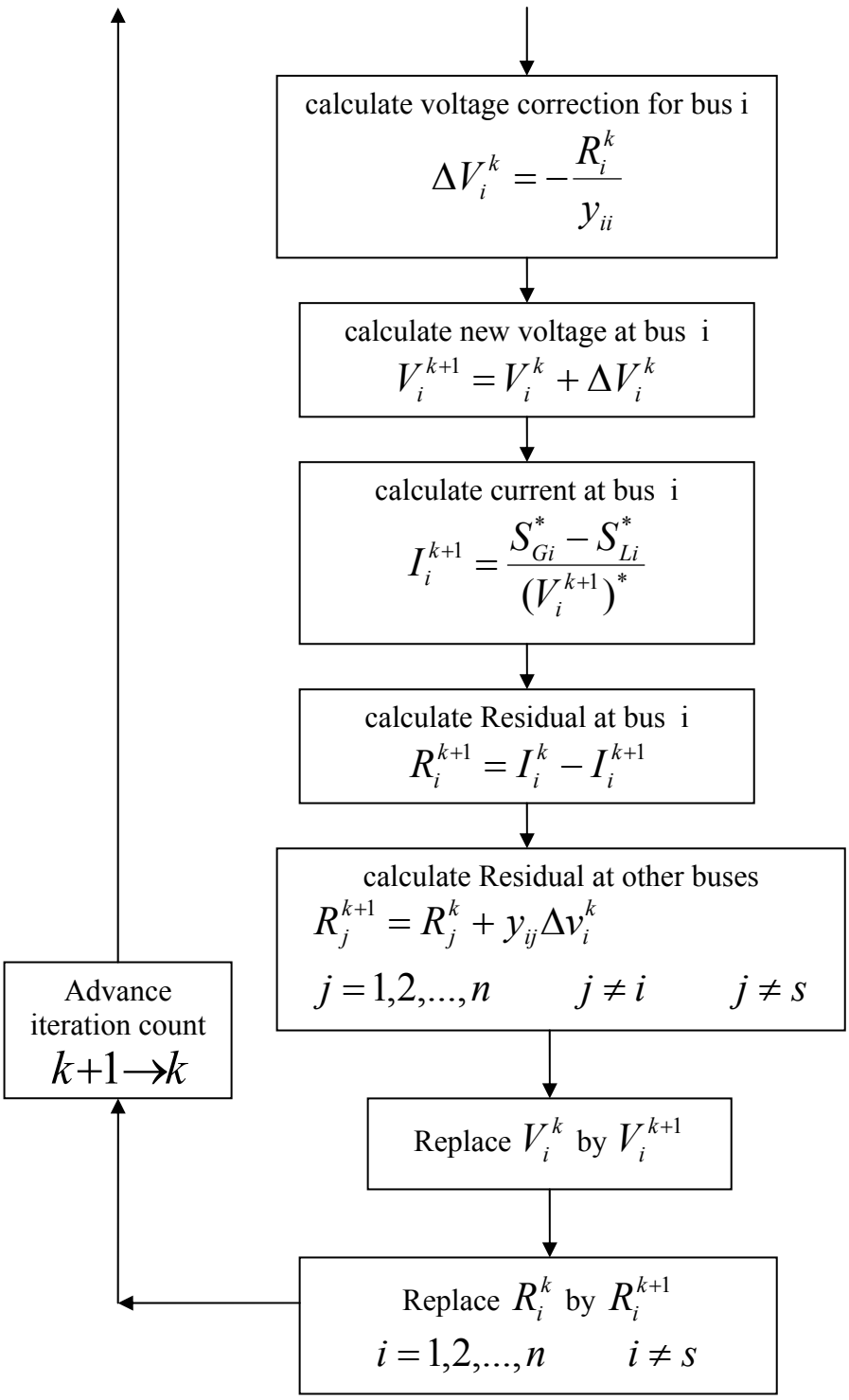
حال با استفاده از مقدار جديد ولتاژ در اين باس (v_i^{k+1}) و مقدار مانده را در ساير باسها (به غير از خود باس مورد نظر و باس اسلك) مجدداً محاسبه مي نمائيم. براي اين منظور مي توان از رابطه زير استفاده كرد:

$$R_j^{k+1} = R_j^k + y_{ij}\Delta v_i^{\,k} \qquad j = 1,2,\ldots,n \qquad j \neq i \qquad j \neq s$$

اين روند بطور مكرر انجام مي شود و در هر مرحله به باسي كه بزرگترين مانده متناظر با آن مي باشد صحيح مي گردد و تا زماني كه اين امر ادامه مي يابد كه كليه مانده ها كمتر از يك تلرانس مورد نظر گردند.

مراحل حل يك مسأله load flow با استفاده از روش Relaxation در فلوچارت زير نشان داده شده است:


for bus admittance matrix Ybus
Assume bus voltage $V_i^{(0)}$ $i = 1,2,...,n$ $i \neq s$
calculate bus currents
$I_i^{(0)} = \frac{S_{Gi}^* - S_{Li}^*}{(V_i^{(0)})^*}$
$i = 1,2,...,n$ $i \neq s$
calculate Bus Residuals
$R_p^{(0)} = \sum_{j=1}^{n} y_{ij} v_j^{(0)} - I_i^{(0)}$
$i = 1,2,...,n$ $i \neq s$
set iteration count k=0
Determine maximum residual and set
$\max R^k = |R_i^k|$ and bus number = i
test for convergence
max $R^k : \varepsilon$
equal or less
calculate line flows and power at slack bus
Greater



فلوچارت 4- فلوچارت روش Relaxation با استفاده از Ybus

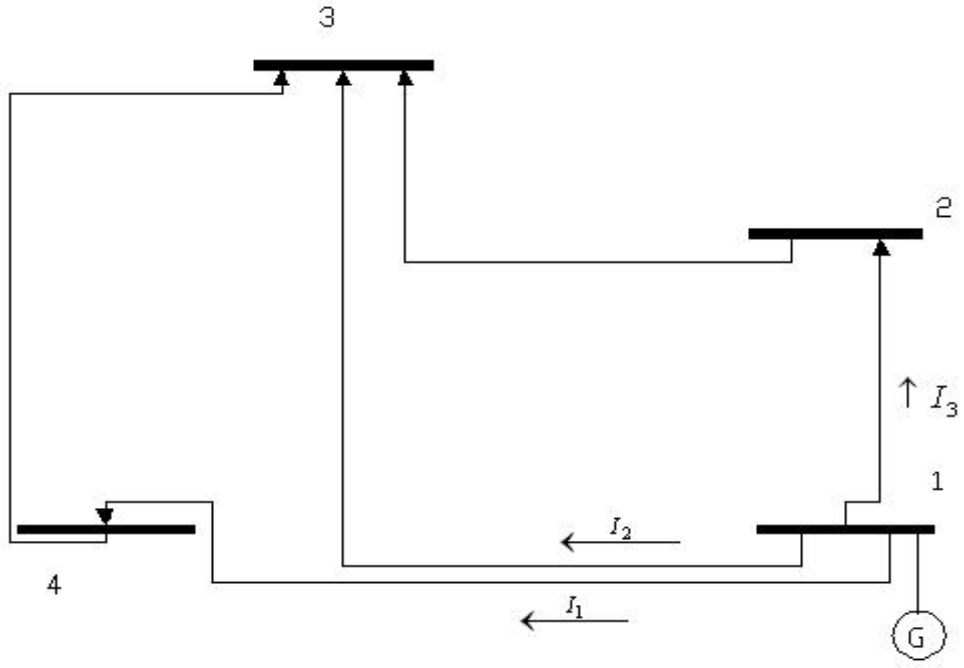
براي روشن تر شدن موضوع به تشريح يك مثال مي پردازيم و از روش هاي تكرار گوس و گوس سايدل و Relaxation استفاده مي كنيم و جوابها را با يكديگر مورد مقايسه قرار مي دهيم:

- مثال: نمودار شبكه زير ار در نظر گرفته و جريان هاي اتصال كوتاه I3,I2,I1 را براي يك خط در باس 3 با استفاده از روش هاي زير بدست آوريد. (امپدانس ژنراتور 0.01)

۱- روش تكرار گوس

۲- روش تكرار گوس سايدل

۳- روش Relaxation



(شكل 5)

امپدانس سیستم

Self		Mutual	
Bus code	Impedance	Bus code	Impedance
1-2	0.5000	1-3	0.0251
1-3	0.4740	2-3	0.1360
1-4	0.3380	1-3	0.1830
2-3	0.1860		
3-4	0.2790		

الف) با استفاده از روش گوس چنین حل مي شود:

ولتاژ ژنراتور را يك پريونيت فرض مي كنيم.

حال معادلات حلقه را مي نويسيم:

$$1 = 0.01(I_1 + I_2 + I_3) + (0.3380 + 0.2790)I_1 + 0.1830I_2$$
$$1 = 0.01(I_1 + I_2 + I_3) + (0.4740)I_2 + (0.0251 + 0.1360)I_3 + 0.1830I_1$$
$$1 = 0.01(I_1 + I_2 + I_3) + (0.5000 + 0.1860)I_3 + (0.0251 + 0.1360)I_2$$

كه بصورت خلاصه چنين مي شود:

$$0.6270I_1 + 0.1930I_2 + 0.01I_3 = 1$$
$$0.1930I_1 + 0.4840I_2 + 0.1711I_3 = 1$$
$$0.01I_1 + 0.1711I_2 + 0.6960I_3 = 1$$

	I_1	I_2	I_3		Check Sum
a	0.6270	0.1930	0.0100	1	1.8300
	0.1930	0.4740	0.1711	1	1.8481
	0.0100	0.1711	0.6960	1	1.8771
b	1	0.307815	0.015949	1.594896	2.918660
	0	0.424592	0.168022	0.692185	1.284799
	0	0.168022	0.695841	0.984051	1.847913
c	1	0.307815	0.015495	1.594896	2.918660
	0	1	0.395726	1.630236	3.025961
	0	0	0.629350	0.710135	1.339485
d	1	0.307815	0.015949	1.594896	2.918660
	0	1	0.395726	1.630236	3.025961
	0	0	1	1.128363	2.128363

طريقه حل:

رديف اول را بر0.6270 تقسيم مي كنيم و رديف نخست b بدست مي آيد سپس در 0.1930 ضرب مي كنيم و از رديف 2 كم مي كنيم تا رديف دوم b بدست آيد و به همين رديف اول را در 0.01 ضرب كرده و از رديف سوم كم مي كنيم تا رديف سوم b بدست آيد.

براي حالت بعدي نيز بصورت مشابه انجام مي گيرد و بايد بر عدد 0.424592 تقسيم كنيم و ادامه دهيم. (c)

وقتي به ستون آخر (d) برسيم داريم:

$$I_3 = 1.128363$$
$$I_2 = 1.630236 - 0.395726\ I_3 = 1.183713$$
$$I_1 = 1.594896 - 0.307815\ I_2 - 0.015949\ I_3 = 1.212535$$

حال اگر عملیات را بصورت جدول بنویسیم داریم:

$$I_1 = 1.594896 - 0.307815\ I_2 - 0.015949\ I_3$$
$$I_2 = 2.066116 - 0.398760\ I_1 - 0.353512\ I_3$$
$$I_3 = 1.436782 - 0.014368\ I_1 - 0.245833\ I_2$$

با فرض مقادیر اول $I_1^{(0)} = I_2^{(0)} = I_3^{(0)} = 1$ تقریب را انجام داده و به تکرار بعدي

مي رسیم که بصورت دسته بندي شده در جدول زیر آورده شده است:

حل بوسیله روش گوس			
شماره تکرار	I_1	I_2	I_3
0	1	1	1
1	1.271132	1.313844	1.176581
2	1.171710	1.143303	1.095532
3	1.225497	1.211601	1.138885
4	1.203783	1.174825	1.121322
5	1.215383	1.189694	1.130675
6	1.210657	1.186760	1.126853
7	1.213160	1.184997	1.128871
8	1.212132	1.183287	1.128039
9	1.212672	1.183991	1.128475
10	1.212448	1.183622	1.128294
11	1.212564	1.183775	1.128389

ب) روش گوس سایدل

مقادیر اولیه

$$I_1^{(0)} = 1 \qquad I_2^{(0)} = 1 \qquad I_3^{(0)} = 1$$

حل بوسیله روش گوس سایدل			
شماره تکرار	I_1	I_2	I_3
0	1	1	1
1	1.271132	1.205727	1.122111
2	1.205858	1.188588	1.127262
3	1.211052	1.183496	1.128145
4	1.212236	1.183912	1.128320
5	1.212474	1.183755	1.128355
6	1.212522	1.183724	1.128362

ج) روش Relaxation

براي حل ابتدا معادلات حلقه ها را براي روش Relaxation بصورت زير مرتب مي كنيم:

$$I_1 + 0.307815I_2 + 0.015949I_3 - 1.594896 = R_1$$
$$0.398760I_1 + I_2 + 0.353512I_3 - 2.066116 = R_2$$
$$0.014368I_1 + 0.245833I_2 + I_3 - 1.436782 = R_3$$

با قرار دادن $I_1^{(0)} = I_2^{(0)} = I_3^{(0)} = 1$ در معادلات فوق براي بدست آوردن R_i ها مطابق جدول زير نوشته شده اند. همچنين ماكزيمم باقيمانده را كم مي كنيم تا به صفر برسد، مانند زير:

تكرار مجدد

$$R_2^{(0)} = -0.313844$$
$$\Delta I_2^{(0)} = -R_2^{(0)} = 0.313844$$
$$I_2^{(1)} = I_2^{(0)} + \Delta I_2^{(0)} = 1.313844$$

و بعدي

$$\begin{aligned} R_1^{(1)} &= R_1^{(0)} + b_{12}\Delta I_2^{(0)} \\ &= -0.271132 + 0.307815(0.313844) \\ &= -0.271132 + 0.096606 = -0.174526 \end{aligned}$$

و بعدي

$$\begin{aligned} R_3^{(1)} &= R_3^{(0)} + b_{13}\Delta I_2^{(0)} \\ &= -0.176581 + 0.245833(0.313844) \\ &= -0.176581 + 0.077153 = -0.099428 \end{aligned}$$

حال كه روش محاسبه روشن شد ساير عمليات را انجام مي دهيم و به تكرار ادامه مي دهيم تا به حد همگرايي لازم برسيم كه اين عمل را در جدولي بصورت زير آورده ايم:

حل بوسیله روش Relaxation						
شماره تکرار	I_1	I_2	I_3	R_1	R_2	R_3
0	1	1	1	-0.27113	-0.31384	-0.176581
1	1	1.313844	1	-0.17452	0	-0.099428
2	1.174526	1.313844	1	0	0.069594	-0.096920
3	1.174526	1.313844	1.096920	0.001546	0.103856	0
4	1.174526	1.209988	1.096920	-0.03042	0	-0.025531
5	1.204949	1.209988	1.096920	0	0.012131	-0.025094
6	1.204949	1.209988	1.122014	0.000400	0.021002	0
7	1.204949	1.188986	1.122014	-0.00606	0	-0.005163
8	1.211013	1.188986	1.122014	0	0.002419	-0.005076
9	1.211013	1.188986	1.127090	0.000081	0.004214	0
10	1.211013	1.184772	1.127090	-0.00121	0	-0.001036
11	1.212229	1.184772	1.127090	0	0.000484	-0.001019
12	1.212229	1.184772	1.128109	0.000016	0.000844	0
13	1.212229	1.183928	1.128109	-0.00024	0	-0.000207
14	1.212473	1.183928	1.128109	0	0.000098	-0.000203
15	1.212473	1.183928	1.128312	0.000003	0.000170	0
16	1.212473	1.183758	1.128312	-0.00005	0	-0.000042

فصل چهارم

روش نیوتن- رافسون در حل مسأله پخش بار

1-4- روش نيوتن رافسون در حل مساله پخش بار Newton – Raphson

ابتدا حل معادلات غير خطي را بررسي مي كنيم . براي يك سيستم نمونه به صورت زير : [4]

$$
\begin{aligned}
&f_1(x_1,x_2,...,x_n)=y_1\\
&f_2(x_1,x_2,...,x_n)=y_2\\
&\vdots\\
&f_n(x_1,x_2,...,x_n)=y_n
\end{aligned}
$$

با مقادير اوليه $x_1^{(0)},x_2^{(0)},...,x_n^{(0)}$

فرض مي كنيم با تغييرات زير به جواب نهايي برسيم $\Delta x_1,\Delta x_2,...,\Delta x_n$ يعني :

$$
\begin{aligned}
&f_1(x_1^{(0)}+\Delta x_1,x_2^{(0)}+\Delta x_2,...,x_n^{(0)}+\Delta x_n)=y_1\\
&f_2(x_1^{(0)}+\Delta x_1,x_2^{(0)}+\Delta x_2,...,x_n^{(0)}+\Delta x_n)=y_2\\
&\vdots\\
&f_n(x_1^{(0)}+\Delta x_1,x_2^{(0)}+\Delta x_2,...,x_n^{(0)}+\Delta x_n)=y_n
\end{aligned}
$$

حال مي توانيم به جاي هر

كدام از معادلات فوق از بسط تيلور آنها استفاده كرد براي نمونه معادله اول چنين خواهد شد :

$$
\begin{aligned}
f_1(x_1^{(0)}+\Delta x_1,x_2^{(0)}+\Delta x_2,...,x_n^{(0)}+\Delta x_n)&=f_1(x_1^{(0)},x_2^{(0)},...,x_n^{(0)})\\
&+\Delta x_1\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\Big|_0+\Delta x_2\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\Big|_0+...+\Delta x_n\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\Big|_0+\Phi_1
\end{aligned}
$$

اگربجاي معدله اوليه بر حسب بسط تيلور تا جمله دوم قرار دهيم مي توانيم دستگاه زير را بدست آوريم :

$$f_1(x_1^{(0)},x_2^{(0)},...,x_n^{(0)})+\Delta x_1\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\Big|_0+\Delta x_2\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\Big|_0+...+\Delta x_n\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\Big|_0=y_1$$

$$f_2(x_1^{(0)},x_2^{(0)},...,x_n^{(0)})+\Delta x_1\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\Big|_0+\Delta x_2\frac{\partial f_{21}}{\partial x_2}\Big|_0+...+\Delta x_n\frac{\partial f_2}{\partial x_n}\Big|_0=y_2$$

$$\vdots$$

$$f_n(x_1^{(0)},x_2^{(0)},...,x_n^{(0)})+\Delta x_1\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\Big|_0+\Delta x_2\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\Big|_0+...+\Delta x_n\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\Big|_0=y_n$$

كه اگر به صورت ماتريس بنويسيم به فرم زير خواهد شد :

$$\begin{bmatrix} y_1-f_1(x_1^{(0)},x_2^{(0)},...,x_n^{(0)}) \\ y_2-f_2(x_1^{(0)},x_2^{(0)},...,x_n^{(0)}) \\ \vdots \\ y_n-f_n(x_1^{(0)},x_2^{(0)},...,x_n^{(0)}) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}\Big|_0 & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}\Big|_0 & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}\Big|_0 \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}\Big|_0 & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}\Big|_0 & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n}\Big|_0 \\ \vdots & & & \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}\Big|_0 & \frac{\partial f_n}{\partial x_2}\Big|_0 & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}\Big|_0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \vdots \\ \Delta x_n \end{bmatrix}$$

يا فرم ماتريسي D=JC كه J ماتريس ژاكوبين و C ماتريس تغييرات ΔX_i مي باشد. با جايگذاري x_i ها ماتريس هاي D و J حساب مي شوند. مقادير جديد براي x_i چنين محاسبه مي شوند:

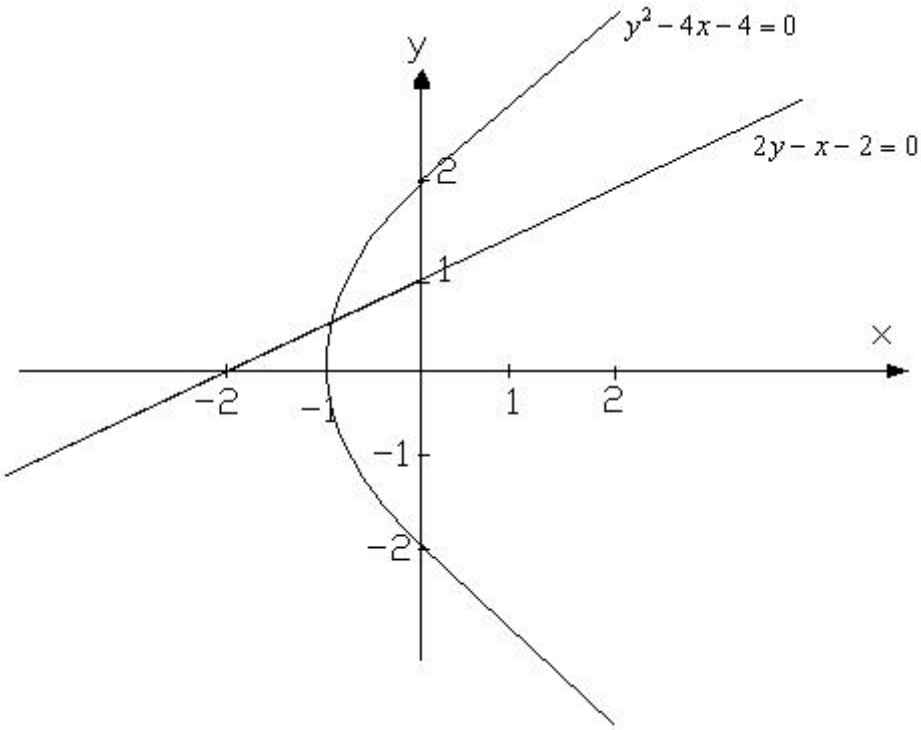
$$x_i^{(0)}=x_i^{(0)}+\Delta x_i$$

و تا رسيدن به تلورانس دلخواه ادامه دارد.

- مثال: با استفاده از روش نيوتن رافسون معادلات غير خطي روبرو را حل كنيد.

$$y^2 - 4x - 4 = 0$$
$$2y - x - 2 = 0$$

حل: نمودارهاي معادله ها را رسم مي كنيم و نقاط x(0) =-1 و y(0) =1 به عنوان مقادير اوليه در نظر گرفته مي شوند.



(شكل 6)

$$f(x^{(0)}, y^{(0)}) = y^2 - 4x - 4 = 1 + 4 - 4 = 1$$
$$g(x^{(0)}, y^{(0)}) = 2y - x - 2 = 2 + 1 - 2 = 1$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = -4 \qquad \frac{\partial g}{\partial x} = -1$$
$$\frac{\partial f}{\partial y} = 2y = 2 \qquad \frac{\partial g}{\partial y} = 2$$

که با جایگزيني در معادلات پايين داريم:

$$f(x^{(0)},y^{(0)})+\Delta x\frac{\partial f}{\partial x}+\Delta y\frac{\partial f}{\partial y}=0$$

$$g(x^{(0)},y^{(0)})+\Delta x\frac{\partial g}{\partial x}+\Delta y\frac{\partial g}{\partial y}=0$$

$$\begin{matrix}1-4\Delta x+2\Delta y=0\\ 1-\Delta x+2\Delta y=0\end{matrix}\Rightarrow\begin{matrix}\Delta x=0\\ \Delta y=-0.5\end{matrix}$$

سپس $x^{(1)}$ و $y^{(1)}$ بدست مي آيند:

$$x^{(1)}=x^{(0)}+\Delta x=-1$$
$$y^{(1)}=y^{(0)}+\Delta y=0.5$$

تکرارعمليات با مقادير جديد :

$$f(x^{(1)},g^{(1)})=0.25+4-4=0.25$$
$$g(x^{(1)},g^{(1)})=1+1-2=0$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}=-4\qquad\frac{\partial f}{\partial y}=1\qquad\frac{\partial g}{\partial x}=-1\qquad\frac{\partial g}{\partial y}=2$$

و معادلات خطي چنين است:

$$\begin{matrix}0.25-4\Delta x+\Delta y=0\\ -\Delta x+2\Delta y=0\end{matrix}\Rightarrow\begin{matrix}\Delta x=0.07143\\ \Delta y=0.03571\end{matrix}$$

$$x^{(2)}=x^{(1)}+\Delta x=-1+0.07143=-0.92857$$
$$y^{(2)}=y^{(1)}+\Delta y=0.5+0.03571=0.53571$$

$$f(x^{(2)},y^{(2)})=0.28699+3.71428-4=0.00127$$
$$g(x^{(2)},y^{(2)})=1.07142+0.92857-2=-0.00001$$

$$\begin{matrix}0.00127-4\Delta x+\Delta y=0\\ -00001-\Delta x+2\Delta y=0\end{matrix}\Rightarrow\begin{matrix}\Delta x=0.00035\\ \Delta y=0.00018\end{matrix}$$

$$x^{(3)} = x^{(2)} + \Delta x = -0.92857 + 0.00035 = -0.92822$$
$$y^{(3)} = y^{(2)} + \Delta y = 0.53571 + 0.00018 = 0.53589$$

$$f(x^{(3)}, y^{(3)}) = 0.28718 + 3.71288 - 4 = 0.00006$$
$$g(x^{(3)}, y^{(3)}) = 1.07178 + 0.92822 - 2 = 0.00000$$

كه با تلورانس 0.0005 كفايت مي كند.

اين روش نسبت به روش گوس سايدل سريعتر همگرا مي شود ولي شايد تنها نكته منفي آن احتياج به حافظه زياد در كامپيوتر مي باشد. امروزه با استفاده از روش ذخيره سازي متراكم اين نكته منفي نيز تا حدودي جبران شده است و امروزه اغلب برنامه هاي كامپيوتري مربوط به مساله پخش بار بر اساس اين روش استقرارند.

معادله دومجهولي زير را در نظر مي گيريم:

$$f(x, y) = 0$$
$$g(x, y) = 0$$

$$\begin{bmatrix} \Delta f \\ \Delta g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f(x^k, y^k)}{\partial x} & \dfrac{\partial f}{\partial y} \\ \dfrac{\partial g(x^k, y^k)}{\partial x} & \dfrac{\partial g}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix}$$

حال مقادير جديد x وy حساب مي شوند :

$$x^{k+1} = x^k + \Delta x^k$$
$$y^{k+1} = y^k + \Delta y^k$$

حال مي توان تكرار (k+1) را شروع كنيم. و اين روش را تا حصول همگرايي ادامه مي دهيم. روش نيوتن رافسون را براي 2n معادله 2n مجهولي به همين ترتيب مي توان بسط داد:

$$\begin{bmatrix} \overline{\Delta x}^k \\ \overline{\Delta y}^k \end{bmatrix} = \left[J^k\right]^{-1} \begin{bmatrix} \overline{\Delta f}^k \\ \overline{\Delta g}^k \end{bmatrix}$$

كه در اين رابطه $\overline{\Delta x}^k, \overline{\Delta y}^k, \overline{\Delta f}^k, \overline{\Delta g}^k$ بردار مي باشند.

روابط اصلي در حل مساله پخش بار را مي توان چنين بيان داشت:

$$f_i = P_{Gi} - P_{Li} - P_{Ti} = 0$$
$$g_i = Q_{Gi} - Q_{Li} - Q_{Ti} = 0$$

$$P_{Ti} = \sum_{j=1}^{n} v_i vjy_{ij} Cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

$$Q_{Ti} = \sum_{j=1}^{n} v_i vjy_{ij} Sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

ميدانيم دراين روابط مجهولات ولتاژ باس ها هستند.

براي حل به دو صورت مي توان عمل كرد. اول آنكه ولتاژ را به فرم كارتزين (v = x + jω) در معادلات وارد نماييم. و در نتيجه عبارت مربوط به P_{Ti} و Q_{Ti} را بر حسب قسمت هاي حقيقي و موهومي ولتاژ بنويسيم. و راه ديگر آنكه ولتاژها را به فرم قطبي $v = v\angle\delta$ در نظر بگيريم. از نظر تجربي روش اول بهتر همگرايي مي دهد. مجهولات ولتاژ باس ها هستند پس:

$$\overline{x} = \delta$$
$$\overline{y} = v$$

بنابراين درايه هاي ماتريس ژاكوبين به صورت زير است:

$$\frac{\partial f_i}{\partial x_j} = \frac{\partial P_{Ti}}{\partial \delta_j} = v_i v_j y_{ij} Sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial x_i} = \frac{\partial p_{Ti}}{\partial \delta_i} = -v_i^2 y_{ii} Sin(\theta_{ii}) - \sum_{j=1}^{n} v_j v_j y_{ij} Sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial y_j} = \frac{\partial P_{Ti}}{\partial v_j} = v_i y_{ij} Cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial y_j} = \frac{\partial P_{Ti}}{\partial v_i} = v_i y_{ii} Cos(\theta_{ii}) + \sum_{j=1}^{n} v_j y_{ij} Cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

$$\frac{\partial g_i}{\partial x_j} = \frac{\partial Q_{Ti}}{\partial \delta_j} = -v_i v_j y_{ij} Cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

$$\frac{\partial g_i}{\partial x_i} = \frac{\partial Q_{Ti}}{\partial \delta_i} = -v_i^2 y_{ii} Cos(\theta_{ii}) + \sum_{j=1}^{n} v_j v_j y_{ij} Cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

$$\frac{\partial g_i}{\partial y_i} = \frac{\partial Q_{Ti}}{\partial v_j} = v_i y_{ij} Sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

$$\frac{\partial g_i}{\partial y_i} = \frac{\partial Q_{Ti}}{\partial v_i} = -v_i y_{ii} Sin(\theta_{ii}) + \sum_{j=1}^{n} v_j y_{ij} Sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

حال استراتژي محاسبات در هر يك از انواع باس هاي موجود در شبكه در نظر مي گيريم:

مي دانيم P_L, Q_L, P_G, Q_G در Load busها كاملاً معين مي باشند . همينطور در باس هاي كنترل ولتاژ (ژنراتور يا كنترل ولتاژ توسط ترانسفورماتور) P_L, Q_L, P_G معلوم بوده و براي Q_G هم يك فرض اوليه (معمولا صفر) در نظر

گرفته مي شود لذا در ابتدا Q_S, P_S را در كليه باس ها بجز باس Slack به صورت زير تعريف مي كنيم:

$$P_{Si} = P_{Gi} - P_{Li} \qquad i = 1,2,...,n$$
$$Q_{Si} = Q_{Gi} - Q_{Li} \qquad i \neq S$$

حال در مورد هر كدام از باس ها به فرم زير عمل مي كنيم:

4-1-1- باس اسلك:

محاسبات تكراري در اين نوع شين انجام نمي گيرد و لذا دو سطر و دو ستون از معادله حذف مي گردد. معادله كلي در زير آورده شده است:

$$\begin{bmatrix} \Delta f_1^{\,k} \\ \vdots \\ \Delta f_n^{\,k} \\ \Delta g_1^{\,k} \\ \vdots \\ \Delta g_n^{\,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\frac{\partial f_1}{\partial x_1})^k & (\frac{\partial f_1}{\partial x_n})^k & \vdots & (\frac{\partial f_1}{\partial y_1})^k & (\frac{\partial f_1}{\partial y_n})^k \\ \vdots & (\frac{\partial f_n}{\partial x_n})^k & \vdots & & \\ (\frac{\partial f_n}{\partial x_1})^k & & \vdots & & (\frac{\partial f_n}{\partial y_n})^k \\ (\frac{\partial g_1}{\partial x_1})^k & & \vdots & & (\frac{\partial g_1}{\partial y_n})^k \\ \vdots & & \vdots & & \\ (\frac{\partial g_n}{\partial x_1})^k & (\frac{\partial g_n}{\partial x_n})^k & \vdots & & (\frac{\partial g_n}{\partial y_n})^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{\,k} \\ \\ \Delta x_n^{\,k} \\ \Delta y_1^{\,k} \\ \\ \Delta y_n^{\,k} \end{bmatrix}$$

و تنها پس از رسيدن به همگرايي Q_G, P_G را با استفاده از روابط زير بدست مي آوريم:

$$P_{Gi} = P_{Li} + \sum_{j=1}^{n} v_i v_j y_{ij} Cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

$$Q_{Gi} = Q_{Li} + \sum_{j=1}^{n} v_i v_j y_{ij} Sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

4-1-2- شين بار:

چون در اين نوع شين δ_i, v_i هردو مجهولند هم f_i و هم g_i وارد محاسبات مي گردند و در هر تكرار به كمك رابطه زير مقادير $\Delta\delta_1^k, \Delta v_i^k$ بدست مي آيند در نتيجه مي توان مقادير مجهولات را براي تكرار بعدي به كمك روابط زير بهبود بخشيد:

$$\begin{bmatrix} \Delta x^k \\ \Delta y^k \end{bmatrix} = \left[J^k\right]^{-1} \begin{bmatrix} \Delta f^k \\ \Delta g^k \end{bmatrix} \qquad (I)$$

$$v_i^{k+1} = v_i^k + \Delta v_i^k$$
$$\delta_i^{k+1} = \delta_i^k + \Delta\delta_i^k$$

4-1-3- شين ژنراتور:

از آنجا كه در اين نوع شين ها v_i معلوم مي باشد، g_i وارد محاسبات نمي گردد و لذا به ازاي هر باس ژنراتوريك سطر و يك ستون در معادله $\begin{cases} x_i - x_i^k = \Delta x_i^k \\ y_i - y_i^k = \Delta y_i^k \end{cases}$ ايجاد شده و معادله صفحه قبل (I) تنها مقداري براي $\Delta\delta_i^k$ بدست مي دهد كه با استفاده از آن فاز ولتاژ را به صورت زير تصحيح مي كنيم:

$$\delta_i^{k+1} = \delta_i^k + \Delta\delta_i^k$$

سپس Q_{Gi} را از رابطه زير بدست مي آوريم:

$$Q_{Gi} = Q_{Li} + v_{ispec} v_j y_{ij} Sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

آنگاه بررسي مي كنيم آيا Q_{Gi} در محدوده قابل قبول براي آن قرار گرفته يا نه كه ممكن است به سه حالت برخورد كنيم:

۱. اگر $Q_{Gi_{\min}} \le Q_{Gi} \le Q_{Gi_{\max}}$ گردد كافي است Q_{Si} را به صورت زير تغيير دهيم و به شين بعد برويم.

$$Q_{Si} = Q_{Gi} - Q_{Li}$$

۲. اگر $Q_{Gi} \ge Q_{Gi_{\max}}$ شود آنگاه بايد Q_{Gi} را برابر $Q_{Gi_{\max}}$ قرار داده و براي Q_{Si} رابطه زير را بكار ببريم:

$$Q_S = Q_{Gi_{\max}} - Q_{Li}$$

بديهي است در اين حالت امكان برابري v_i با v_{ispec} از بين مي رود يعني باس به يك شين بار تبديل شده و v_i تغيير پيدا مي كند در نتيجه y_i وارد محاسبات مي گردد.

۳. اگر $Q_{Gi} \le Q_{Gi_{\min}}$ گردد باز هم بايد Q_{Gi} را برابر مقدار حدي آن يعني $Q_{Gi_{\min}}$ گرفته و براي Q_{Si} رابطه روبرو را در نظر مي گيريم:

$$Q_{Si} = Q_{Gi_{\min}} - Q_{Li}$$

در اين مورد هم شين به يك Load bus تبديل مي گردد و g_i واردمحاسبات مي گردد. نكته اي كه تذكر آن لازم است اينكه در هر تكرار در شين هايي از اين نوع بايد Q_{Gi} محاسبه شود و بررسي اخير به عمل آيد زيرا گاهي ممكن است به علت تغيير ساير كميت هاي مجهول موجود در مساله پخش بار رابطه

$Q_{Gi_{\min}} \le Q_{Gi} \le Q_{Gi_{\max}}$ برقرار شود که در این صورت شین را باید دوباره یك شین ژنراتور فرض نمود و با این فرض مساله را ادامه داد.

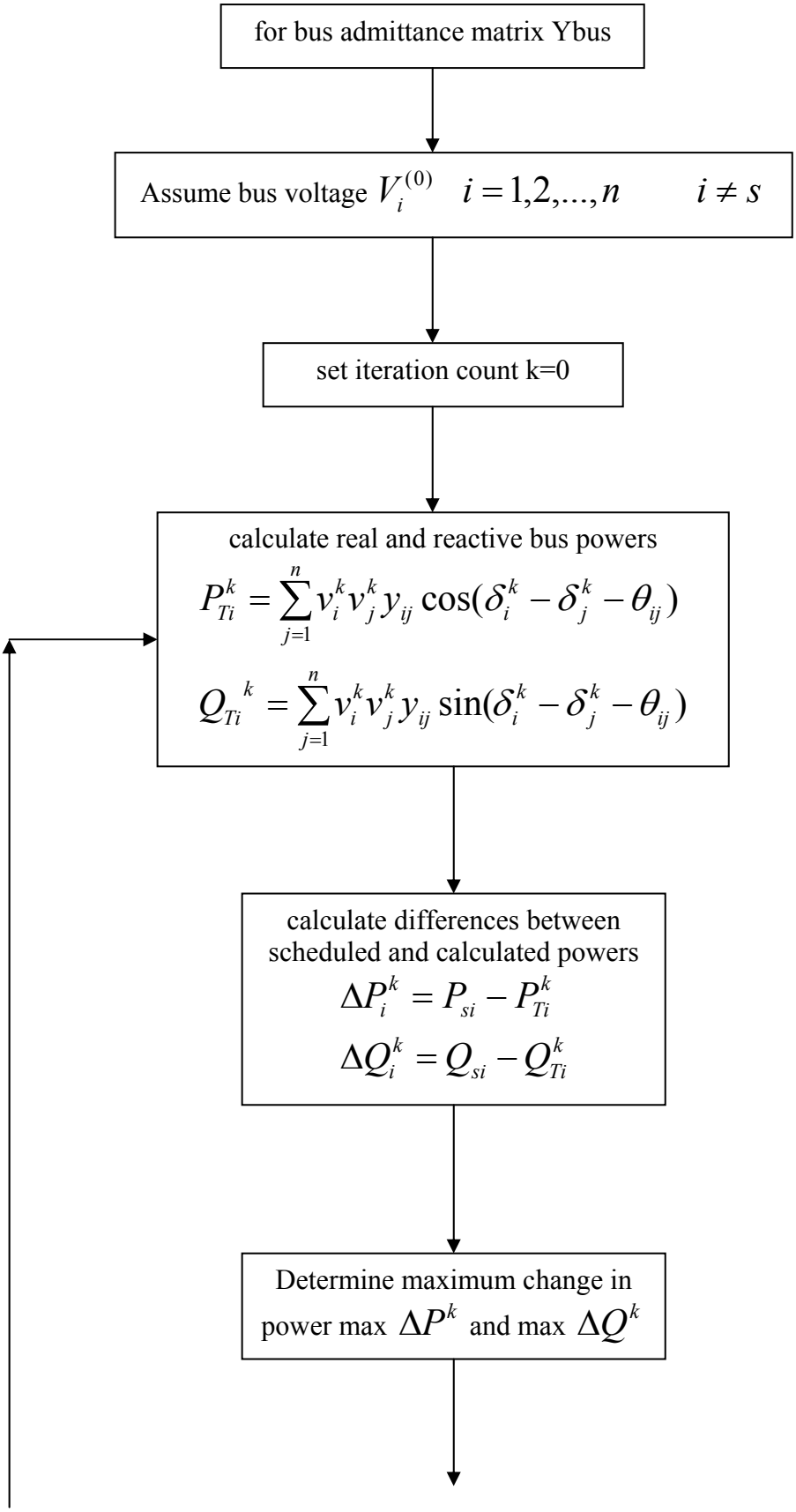
4-1-4- شین کنترل ولتاژ (به وسیله ترانسفورماتور):

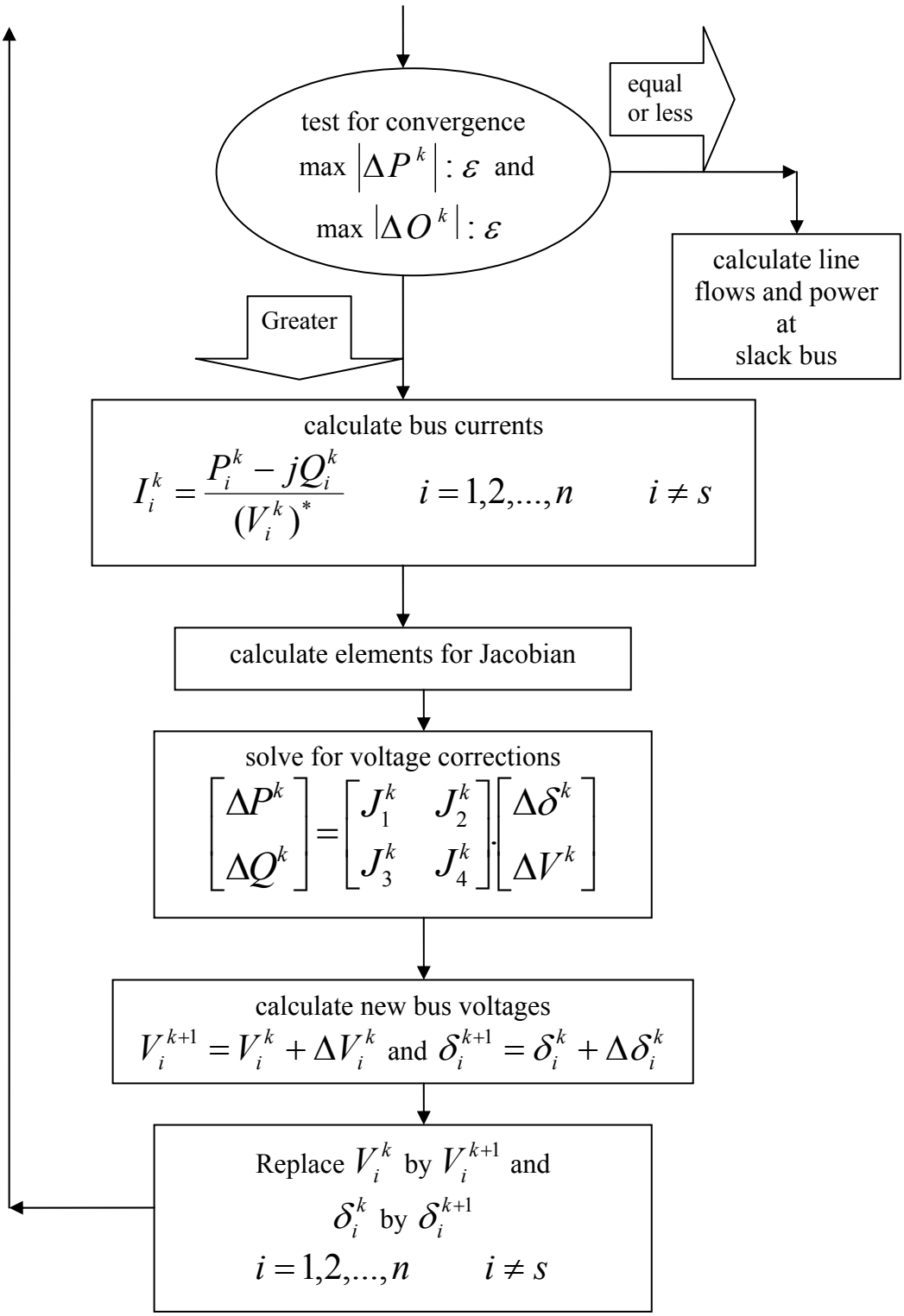
در مورد این نوع شین به چند متد مي توان عمل کرد. روش اول این است که با شین به عنوان یك Load bus برخورد نماییم و δ_i, v_i را در آن بدست آوریم آنگاه v_i را با v_{ispec} مقایسه کنیم و چنانچه بین آن دو اختلاف زیادي وجود داشت مبادرت به تنظیم مقدار C نماییم. بعد طبق رابطه $P_{ij} = \mathrm{Re}(v_i I_i)^*$ P_{ij} را بدست آوریم و به کمك آن و مطابق آنچه در بخش قبلي راجع به شین کنترل ولتاژ گفته شد α را هم تنظیم کنیم سپس با بکار گرفتن C و α جدید و استفاده از روابط زیر Y_{bus} را نوسازي نماییم و بعد به سراغ شین بعدي برویم.

$$Y_{ii_{new}} = Y_{ii_{old}} + Y_{ii_{new}} - Y_{ii_{old}}$$
$$Y_{ij_{new}} = Y_{ij_{old}} + Y_{ij_{new}} - Y_{ij_{old}}$$
$$Y_{ji_{new}} = Y_{ji_{old}} + Y_{ji_{new}} - Y_{ji_{old}}$$
$$Y_{jj_{new}} = Y_{jj_{old}} + Y_{jj_{new}} - Y_{jj_{old}}$$

روش دیگر این است که C را به عنوان یك پارامتر در نظر گرفته و آن را در ماتریس ژاکوبین و ماتریس اخیر وارد نماییم که همگرایي بیشتر شده و مساله سریعتر به جواب مي رسد. بعد از پایان هر تکرار باید مقادیر P_S, P_T همینطور

Q_S, Q_T را در کلیه شین ها به جز شین اسلك مقایسه نموده چنانچه تفاوت بین کمیت هاي متناظر از مقدار دلخواه کمتر بود به محاسبه Q_G, P_G در باس slack و چاپ جواب ها پرداخت در غیر این صورت اگر تعداد تکرارها به حداکثر مجاز نرسیده باشد به مرحله بعد وارد شد و کل عملیات را تکرار نمود. در صورتي که K به حداکثر مجاز خود رسیده باشد گوییم همگرایي حاصل نشده است. حال یك شکل کلي از روند کار توسط فلوچارت محاسبات Load flow ارائه مي شود:


for bus admittance matrix Ybus
Assume bus voltage $V_i^{(0)}$ $i = 1,2,...,n$ $i \neq s$
set iteration count k=0
calculate real and reactive bus powers
$P_{Ti}^k = \sum_{j=1}^{n} v_i^k v_j^k y_{ij} \cos(\delta_i^k - \delta_j^k - \theta_{ij})$
$Q_{Ti}^{\ k} = \sum_{j=1}^{n} v_i^k v_j^k y_{ij} \sin(\delta_i^k - \delta_j^k - \theta_{ij})$
calculate differences between scheduled and calculated powers
$\Delta P_i^k = P_{si} - P_{Ti}^k$
$\Delta Q_i^k = Q_{si} - Q_{Ti}^k$
Determine maximum change in power max ΔP^k and max ΔQ^k



فلوچارت 5- فلوچارت روش نیوتن رافسون با استفاده از Ybus

براي آشنايي بيشتر با روش نيوتن رافسون به بررسي چند مثال نمونه مي پردازيم.

معادله غير خطي يك مجهولي زير را در نظر مي گيريم ، f(x) = 0 هدف تعيين ريشه اين معادله مي باشد. بسط تيلور را حول نقطه $x^{(0)}$ مي نويسيم:

$$f(x) = f(x^{(0)}) + \frac{df}{dx}\Big|_{x^{(0)}}(x - x^{(0)}) + \frac{1}{2!}\frac{d^2 f}{dx^2}\Big|_{x^{(0)}}(x - x^{(0)})^2 + \ldots$$

چنانچه از عبارات داراي توان 2 به بالا صرف نظر كنيم اولين جواب تقريبي بدست مي آيد.

$$x^{(1)} = x^{(0)} - \frac{f(x^{(0)})}{\frac{df}{dx}\Big|_{x^{(0)}}}$$

در روش نيوتن رافسون رابطه اخير را بصورت يك فرمول تكراري در آورده و با استفاده از آن مقدار x را در هر تكرار بهبود مي بخشند اين رابطه را مي توان بصورت زير نوشت:

$$x^{k+1} = x^{k} - \frac{f(x^{k})}{\frac{df}{dx}\Big|_{x^{k}}}$$

- مثال 1: $f(x) = x^2 - 5x + 4$ و مقدار اوليه x(0) = 6

حل:

$$\frac{df}{dx} = 2x - 5 \qquad \Rightarrow \qquad x^{k+1} = x^{k} - \frac{(x^{k})^2 - 5x^{k} + 4}{2x^{k} - 5}$$

حال از x(0) = 6 شروع مي كنيم:

$$x^{(1)} = 6 - \frac{36-30+4}{12-5} = 4.571$$
$$x^{(2)} = 4.079$$
$$x^{(3)} = 4.002$$

براي نيوتن رافسون مشخص است زيرا خيلي زود به جواب ميل كرد.

- مثال 2: $\varepsilon = 0.001, x^{(0)} = 0, x = 2 - \sin x$ يك ريشه با استفاده از نيوتن رافسون بدست آوريد.

حل:

$$f(x) = x - 2 + \sin x \quad \Rightarrow \quad \frac{df(x)}{dx} = 1 + \cos x$$

k	x^k	$f(x^k)$	$\frac{df}{dx}(x^k)$	Δx
0	0	-2	2	1
1	1	-0.1585000	1.5403000	0.1029000
2	1.1029	-0.0046000	1.4510000	0.0031000
3	1.1061	-0.0000044	1.4482000	0.0000030

كه با توجه به تلرانس مورد نظر پس از تكرار سوم بدست مي آيد.

- مثال 3:

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 2x + y^2 = 6 \end{cases} \quad , \quad \varepsilon_x = \varepsilon_y = 0.001 \quad , \quad \begin{cases} x^{(0)} = 0 \\ y^{(0)} = 3 \end{cases}$$ نقاط شروع

حل:

$$f(x,y) = 2x + y - 4 = 0$$
$$g(x,y) = 2x + y^2 - 6 = 0$$

ماتریس ژاکوبین $[J] = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2y \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} = -\left[J^k\right]^{-1} \begin{bmatrix} f^k \\ g^k \end{bmatrix} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} x^{k+1} = x^k + \Delta x \\ y^{k+1} = y^k + \Delta y \end{cases}$$

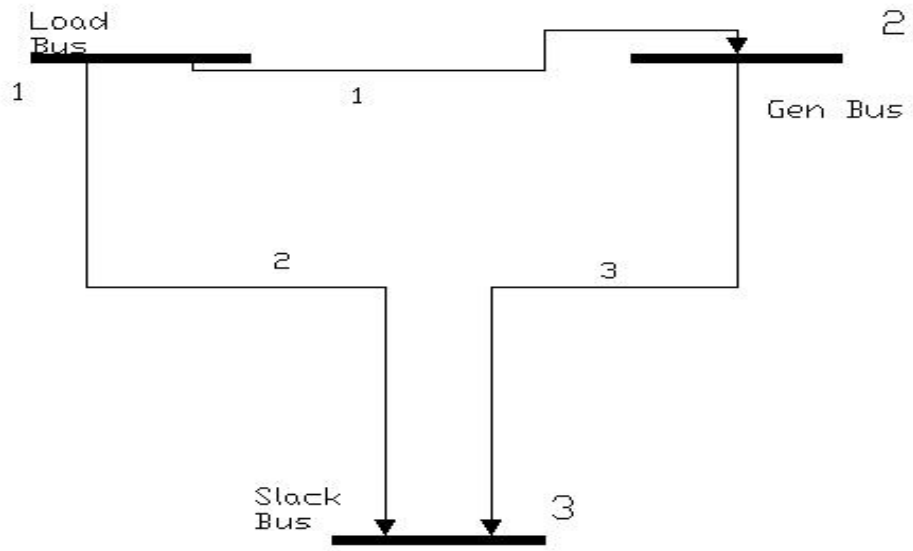
بقیه عملیات در جدول زیر آورده شده است:

k	x^k y^k	$-[J]^{-1}$	f^k g^k	Δx Δy
0	0 3	-0.6 0.1 0.2 -0.2	-1 3	0.900000 -0.800000
1	0.900000 2.200000	-0.647 0.147 0.294 -0.214	0 0.640000	0.094000 -0.188000
2	0.994000 2.012000	-0.665 0.165 0.331 -0.331	0 0.035400	0.0058600 -0.011700
3	0.999977 2.000046	-0.667 0.167 0.333 -0.333	0 0.000137	0.000023 -0.000046

پس از سه تکرار به همگرایي لازم رسیدیم.
$$|\Delta x| < 0.001$$
$$|\Delta y| < 0.001$$

بنابراین:
$$x = 1.0000$$
$$y = 2.0000$$

- مثال 4: مطلوبست حل و بررسي سيستم نشان داده شده در شكل زير:



$$-0.5 \le Q_{G2} \le 1.5$$

(شكل 7)

مشخصات باس ها						
Bus	V	δ	PG	QG	PL	QL
1	_	_	0	0	0.8	0.3
2	1.02	_	0.8	_	1	0.5
3	1.04	0	_	_	0.6	0.4
مشخصات خطوط						
Line	R	X	G	B	L	$s_{\max}$
1	0.001	0.001	0	0	100	2
2	0.001	0.001	0	0	100	2
3	0.001	0.001	0	0	100	2

حل: مجهولات عبارتند از $v_1, \delta_1, \delta_2, Q_{G2}, P_{G3}, Q_{G3}$ ابتدا ماتريس Ybus را تشكيل مي دهيم:

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} 10 - j10 & -5 + j5 & -5 + j5 \\ -5 + j5 & 10 - j10 & -5 + j5 \\ -5 + j5 & -5 + j5 & 10 - j10 \end{bmatrix}$$

حال Q_s, P_s را در باس هاي 1 و 2 محاسبه مي كنيم:

$$P_{s1} = 0 - 0.8 = -0.8 \qquad Q_{s1} = 0 - 0.3 = -0.3$$
$$P_{s2} = 0.8 - 1 = -0.2 \qquad Q_{s2} = 0 - 0.5 = -0.5$$

حال Q_T, P_T را با فرض اوليه اي كه براي ولتاژ باس هاي مجهول داشته ايم از روابط زير بدست مي آوريم:

$$P_{T1} = \sum_{j=1}^{3} v_1 v_j y_{1j} \cos(\delta_1 - \delta_j - \theta_{1j}) = -0.29999$$

$$Q_{T1} = \sum_{j=1}^{3} v_1 v_j y_{1j} \sin(\delta_1 - \delta_j - \theta_{1j}) = -0.29999$$

$$P_{T2} = \sum_{j=1}^{3} v_2 v_j y_{2j} \cos(\delta_2 - \delta_j - \theta_{2j}) = -2 * 10^{-10}$$

$$Q_{T2} = \sum_{j=1}^{3} v_2 v_j y_{2j} \cos(\delta_2 - \delta_j - \theta_{2j}) = -2 * 10^{-10}$$

در اين مرحله Q_{G2} را بدست مي آوريم:

$$Q_{G2} = Q_{L2} + Q_{T2}$$

چون $Q_{G1_{\min}} \le Q_{G2} \le Q_{G2_{\max}}$ ، لذا Q_{s2} را بصورت زير تغيير مي دهيم:

$$Q_{s2} = Q_{T2} = -2 * 10^{-10}$$

بعد $\Delta Q^{(0)}, \Delta P^{(0)}$ را براي باس هاي 1 و 2 به شكل زير بدست مي آوريم:

$$\Delta P_1^{(0)} = P_{s1} - P_{T1} = -0.8 - (-0.29999) = -0.500000$$
$$\Delta Q_1^{(0)} = Q_{s1} - Q_{T1} = -0.3 - (-0.29999) = -0.000001$$
$$\Delta P_2^{(0)} = P_{s2} - P_{T2} = -0.2 - (-2*10^{-10}) = -0.2$$
$$\Delta Q_2^{(0)} = Q_{s2} - Q_{T2} = 0$$

چون $\varepsilon < \max(|\Delta P_1|,|\Delta Q_1|,|\Delta P_2|,|\Delta Q_2|) = 0.5$ لازم است ماتريس ژاكوبين را حساب كنيم. مي دانيم كه بايد ابعاد آن 3×3 باشد زيرا: (N=2NB-NCB-2 = 3) و فرم آن به شكل زير است كه با جايگذاري اعداد و مقادير بدست مي آيد:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{T1}}{\partial \delta_1} & \frac{\partial P_{T1}}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_{T1}}{\partial V_1} \\ \frac{\partial P_{T2}}{\partial \delta_1} & \frac{\partial P_{T2}}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_{T2}}{\partial V_1} \\ \frac{\partial Q_{T1}}{\partial \delta_1} & \frac{\partial Q_{T1}}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_{T1}}{\partial V_1} \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad J = \begin{bmatrix} 10.300 & -5.100 & 9.700 \\ -5.100 & 10.404 & -5.100 \\ -10.300 & 5.100 & 9.700 \end{bmatrix}$$

حال J^{-1} را حساب مي كنيم و مجهولات را بدست مي آوريم:

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta_1 \\ \Delta\delta_2 \\ \Delta V_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.08062 & 0.06285 & -0.04758 \\ 0.06479 & 0.12692 & 0.001194 \\ 0.05155 & 0 & 0.05155 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.50000 \\ -0.00001 \\ -0.20000 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ V_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3.030^\circ \\ -3.311^\circ \\ -0.0257 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3.030 \\ -3.311 \\ 0.9743 \end{bmatrix}$$

در اين مرحله با استفاده از مقادير جديد مجهولات Q_T, P_T را در باس هاي 1 و 2 مجدداً محاسبه نموده و همگرايي را بررسي مي نمائيم و چون همگرايي حاصل نگرديده باشد بايد به مرحله تكرار بعد برويم. از آنجا كه در همين مرحله الگوريتم

بکاربرده شده در برنامه کاملاً معین گردید فقط نتایج بدست آمده از کامپیوتر آورده شده است:

Bus	Voltage	V_{mAG}	δ	PG	QG	PL	QL
1	0.9712-0.535	0.97266	-3.150	0	0	0.8	0.3
2	1.0181-0.0618	1.02000	-3.473	0.8	0.9984	1	0.5
3	1.04-0	1.04000	0	1.6708	0.2723	0.6	0.4

Line Flow						
Line	SB	EB	Complex Power Flow		Current	
1	1	2	-0.202241	-0.258059	-0.193031	0.276300
1	2	1	0.213603	0.269421	0.193030	-0.276300
2	1	3	-0.597799	-0.041904	-0.611306	0.076790
2	3	1	0.635758	0.079863	0.611306	-0.076790
3	2	3	-0.418528	0.228008	-0.418274	0.199547
3	3	2	0.435005	-0.207529	0.418274	-0.199547

Bus	Current		Complex Power	
1	-0.80424	0.35314	-0.79995	-0.29997
2	-0.22529	-0.47589	-0.19997	0.49843
3	1.02958	0.12276	1.07076	-0.12767

4-1-5- روش Decoupled Newton

در يك روش حل مسأله و پخش بار پنج خاصيت مد نظر است:

۱. انجام محاسبات با سرعت بالا در مدت زمان كمتر
۲. هر چه كمتر اشغال نمودن حافظه كامپيوتر
۳. مطمئن بودن محاسبات از نظر همگرايي و دقت
۴. روان و توانا بودن روش به خصوص در حل سيستمهاي بزرگ
۵. سادگي و سهولت الگوريتم كامپيوتري

روش Decoupled يك روش تقريبي است كه به همين دليل نسبت به روش نيوتن رافسون عمليات ساده تري در هر مرحله از تكرار انجام مي گيرد. در نتيجه مدت زمان لازم براي انجام هر تكرار كمتر خواهد بود. اما از طرفي روش decoupled به علت تقريبهاي بكار رفته در آن، پاسخ واقعي را به خوبي دنبال نمي كند و به اين دليل به تعداد مراحل تكرار بيشتري نسبت به روش نيوتن رافسون احتياج دارد. همچنين احتمال واگرا شدن مسأله پخش بار در اين نسبت به روش نيوتن رافسون بيشتر خواهد بود. بطور كلي روش decoupled يك روش تقريبي است، براساس اينكه رابطه بين $P-\theta$ و $Q-V$ اجزاء مسأله پخش بار بطور نسبي ضعيف مي باشد به عبارت ديگر رابطه بين V,P نسبت به رابطه بين V,Q همچنين رابطه بين θ,Q نسبت به رابطه بين θ,P ضعيف مي باشند و مي توان از آن صرف نظر كرد.

متد بردارهاي ولتاژ يك سري تقريبها براي جملات سينوسي كه در معادلات مشخصه سيستم ظاهر مي گردند بكار مي برد كه با اعمال اين تقريبها در محاسبه اعضاي ماتريس ژاكوبين، معادلات decoupled بصورت مقابل ظاهر مي گردند:

$$[\rho]=[T][\theta] \qquad (1)$$
$$[L]=[U][v-v_0] \qquad (2)$$

هنگامي كه $\theta=\theta_0$ و $V_k=V_0$ فرض كنيم P_x و L_x به ترتيب اندازه اكتيو و راكتيو توان خواهند بود و $[T]$ و $[U]$ بدين ترتيب حاصل مي گردند:

$$T_{km}=-\frac{V_kV_m}{\frac{Z_{km}^2}{X_{km}}} \quad , \quad T_{kk}=-\sum_{m\neq k}T_{km} \quad , \quad U_{km}=-\frac{1}{\frac{Z_{km}^2}{X_{km}}} \quad , \quad U_{kk}=-\sum_{m\neq k}U_{km}$$

Z_{km} و X_{km} به ترتيب امپدانس و راكتانس شاخه (خط) مي باشند.

ماتريس [U] يك ماتريس با آرايه هاي ثابت مي باشد و در تمام مدت حل مسأله فقط يك بار محاسبه مي گردد. ولي ماتريس [T] در هر تكرار بايد محاسبه گردد. دو معادله (1) و (2) بطور متناوب حل مي گردند تا يك جواب دريافت گردد. اين معادلات مي توانند به روش نيوتن حل گردند، با خلاصه كردن معادلات ژاكوبين داريم:

$$\begin{bmatrix}\Delta P\\ \frac{\Delta Q}{V}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}T & \\ & U\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta\theta\\ \Delta V\end{bmatrix}$$

يا

$$\begin{cases}[\Delta P]=[T][\Delta\theta]\\ \left[\frac{\Delta Q}{V}\right]=[U][\Delta V]\end{cases}\xrightarrow{\text{بطوريكه}}\begin{cases}[\Delta P]=[\Delta\rho]\\ \left[\frac{\Delta Q}{V}\right]=[\Delta L]\end{cases}$$

و بنابراين U و T در معادلات 1 و 2 تعين مي گردند.

موفق ترين متد decoupled متدي است كه براساس معادلات ماتريس ژاكوبين متد نيوتن، استوار باشد:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \qquad (3)$$

بطور مثال اگر در معادلات بالا، ماتريس هاي J,N را به علت ضعيف بودن وابستگي بين $Q - V$ و $P - \theta$ در نظر نگيريم معادلات decoupled زير نتيجه مي گردند:

$$[\Delta P] = [H].[\Delta \theta] \qquad (4)$$
$$[\Delta Q] = [L].[\Delta V] \qquad (5)$$

بدست آمده است كه معادلات بالا كه تابع مشخصه غير خطي دارند، بطور ناپايداري با فواصل از پاسخ (حل دقيق) ارتباط دارند. با تقسيم كردن معادلات 4 و 5 بر اندازه ولتاژ معادلات زير حاصل مي گردند:

$$\left[\frac{\Delta P}{V} \right] = [A].[\Delta \theta]$$
$$\left[\frac{\Delta Q}{V} \right] = [C].[\Delta V]$$

اين معادلات با استفاده از مقادير دقيق تر V , θ كه در هر يك از تكرارها بدست مي آيند، حل مي گردند. [A],[C] ماتريس هاي اسپارس، غير متقارن در مقدار و هر دو تابعي از V , θ هستند كه بايد در تكرار محاسبه گردند.

بطور كلي روش نيوتن را مي توان به فرم فشرده زير بيان كرد:

$$\begin{bmatrix} \dfrac{\Delta P}{V} \\ \dfrac{\Delta Q}{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & \varepsilon A_{12} \\ \varepsilon A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \end{bmatrix}$$

كه:

$\varepsilon = 1$ براي نيوتن رافسون

$\varepsilon = 0$ براي Decoupled Newton

4-1-6- تقريبي بر روش نيوتن رافسون

اگر معادله بكار رفته براي پخش بار را بصورت زير بنويسيم:

$$\begin{bmatrix} \overline{\Delta P} \\ \overline{\Delta Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \overline{\Delta\delta} \\ \overline{\Delta V} \end{bmatrix} \qquad (*)$$

اما مي دانيم به ازاي تغييرات اندك در دامنه ولتاژ توان اكتيو هر باس (P_T) تغيير مختصري پيدا مي كند لذا با توجه به اينكه تمامي درايه هاي J_2 به فرم $\dfrac{\partial P_T}{\partial V}$ مي باشند، مي توانيم آنها را بطور تقريبي برابر صفر بگيريم. به طور مشابه به ازاي تغييرات اندك در فاز ولتاژ توان راكتيو هر باس (Q_T) تغيير مختصري پيدا مي كند، و چون درايه هاي J_3 داراي فرم $\dfrac{\partial Q_T}{\partial \delta}$ مي باشند، مي توانيم آنها را بطور تقريبي صفر بگيريم.

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_4 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta V \end{bmatrix}$$

که براي بدست آوردن $\Delta\delta$ و ΔV خيلي ساده تر است. ولي اگر در همان چند تکرار اول به جواب برسد مؤثر است. بدهي است که حل چنين دستگاهي براي بدست آوردن $\Delta\delta$ و ΔV ساده تر از حل دستگاه (*) مي باشد.

اگر روش نيوتن رافسون با استفاده از مختصات دکارتي براي ولتاژ نوشته شود، مسلم است که روش تقريبي به فرم اخير نمي تواند بکار رود. در اين حالت عناصر غير قطري ماتريس هاي J_1 تا J_4 را بطور تقريب برابر صفر گرفته و بدين ترتيب مي توان حل مسأله را ساده نمود.

فصل پنجم

مقایسه روش های گوس سایدل و نیوتن رافسون

فاكتورهاي مهم براي انجام اين مقايسه به شرح زير هستند:

۱. فضاي مورد نياز براي ذخيره سازي داده ها در حافظه كامپيوتر
۲. زمان مورد نياز براي هر تكرار
۳. زمان كل مورد نياز براي رسيدن به جواب

در مورد فضاي مورد نياز در حافظه هنگامي كه تعداد باس ها بالا مي رود عمده حافظه مورد نياز جهت ذخيره Ybus يا Zbus مي باشد. از آنجه كه Ybus يك ماتريس اسپارس مي باشد لذا كافي است تنها عناصر غير صفر آن ذخيره گردند. براي نمونه در سيستمي با 101 شين كه يكي از آنها شين مبناست 1000 , word جهت ذخيره سازي عناصر غير صفر Ybus مورد نياز مي باشد و چنانچه از تقارن موجود در Ybus نيز استفاده شود و تنها نيمي از عناصر غير صفر و غير قطري آن ذخيره گردند اين عدد به 600 واحد حافظه (word) كاهش مي يابد.

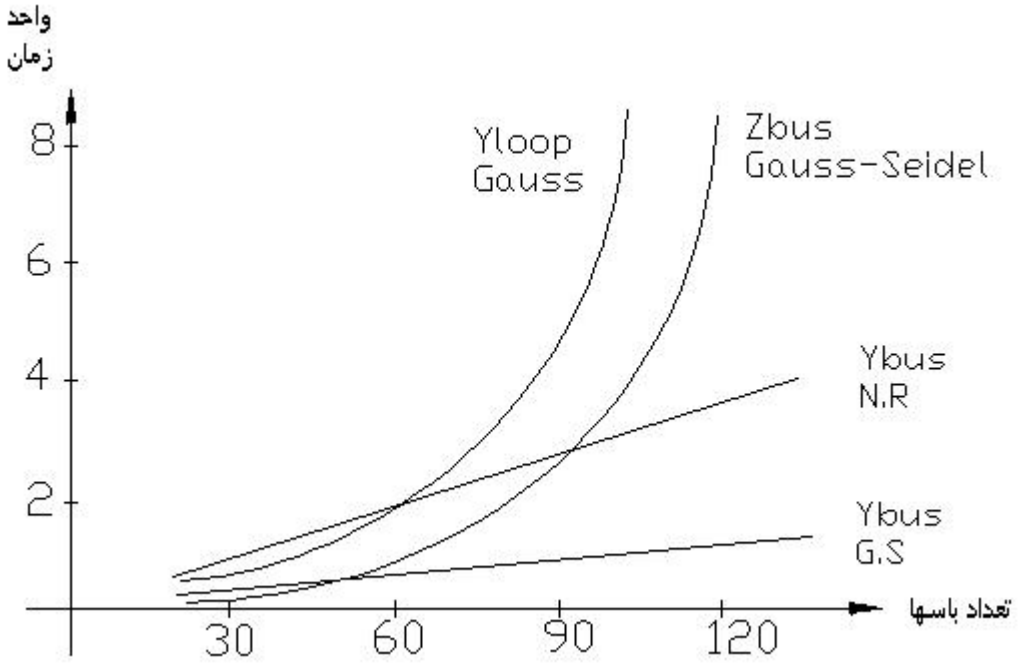
اما مي دانيم Zbus يك ماتريس كامل بوده و عناصر صفر جزء در سطر و ستون متناظر با باس مبنا ديده نمي شوند. لذا اگر بخواهيم Zbus همان شبكه 101 را در حافظه ذخيره كنيم به 20000 واحد حافظه نياز داريم كه با در نظر گرفتن تقارن در Zbus اين مقدار را مي توان به 10100 (word) كاهش داد. از همين مقايسه ساده برتري روشهاي مبتني بر استفاده از Ybus جهت كم كردن حافظه مورد نياز برنامه مشخص مي گردد. اما در اين اينجا به زمان مورد نياز براي اجراي برنامه نگاهي داريم.

مي دانيم اين زمان برا ي هر برنامه به عوامل زير بستگي دارد:

۱. تعداد اعمال رياضي و يا لاجيكي كه لازم است براي هر تكرار (iteration) صورت گيرد.

۲. ميزان همگرايي روش بكار رفته در برنامه

۳. ابعاد و مشخصات سيستم قدرت مورد مطالعه



(شكل 8)

همانطور كه ديده مي شود متد G.S با بكار گرفتن Ybus حداقل تعداد اعمال رياضي در هر تكرار را داشته و نتيجتاً زمان مورد نياز براي هر تكرار از روشهاي ديگر كمتر است. اين ويژگي به علت اسپارس بودن Ybus و ساده بودن تكنيك

محاسبات در اين روش مي باشد. در مرتبه بعد متد N.R با بكار گرفتن Ybus قرار گرفته، چرا كه اسپارس بودن ماتريس Ybus در اين مورد هم اثر خود را در كم كردن تعداد محاسبات لازم گذاشته است. اما آنچه اين روش را به مرتبه دوم كشانده لزوم محاسبات عناصر ماتريس ژاكوبين در هر تكرار مي باشد. در مورد هر دو روش اخير ديده مي شود كه زمان مورد نياز براي هر تكرار به طرز خطي با افزايش تعداد باسها زياد مي گردد. زيرا تعداد عناصر غير صفري كه به Ybus اضافه مي گردد رابطه خطي با تعداد باسهاي اضافه شده به سيستم دارد.

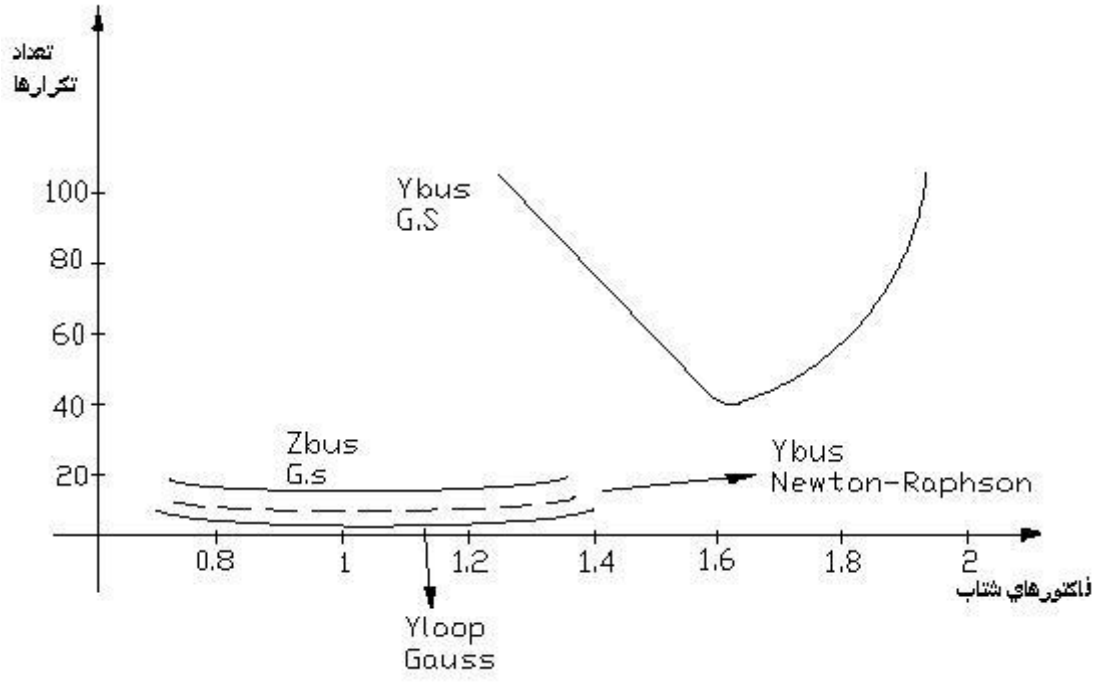
بالاتر از منحني هاي اين دو روش منحني روش G.S با بكارگيري Zbus ديده مي شود. اين روش گرچه ساده است اما به علت اينكه Zbus يك ماتريس كامل مي باشد داراي زمان بيشتري براي هر تكرار شده است و درست به علت همين ويژگي Zbus است كه زمان لازم براي هر iteration در اين روش با مربع تعداد باسهاي شبكه متناوب مي باشد.

حال به مقايسه ميزان همگرايي روشهاي مختلف مي پردازيم:

در ميان متدهاي مورد بحث در قسمت قبل، روش گوس سايدل با بكارگيري Ybus كمترين همگرايي را داشته لذا براي اينكه يك مسأله با اين روش حل گردد به تكرارهاي زيادتري نياز دارد. بعلاوه تعداد تكرارها در اين روش با افزايش تعداد باسها بطور خطي افزايش مي يابد در حالي كه براي ساير روشها (N.R با Ybus و G.S با Zbus) تعداد تكرارها تقريباً بدون ارتباط با اندازه سيستم و در حد ثابتي است. براي هرچه روشن تر شدن اين امر به جدول زير توجه كنيد:

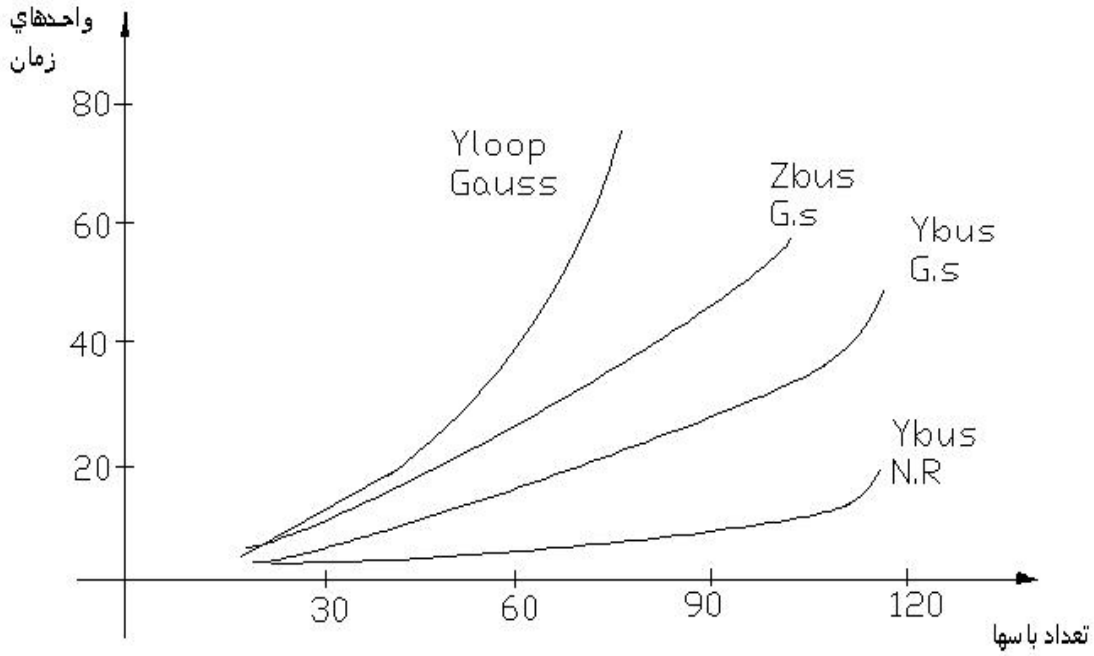
تعداد باسها	Ybus با G.S	Ybus با N.R	Zbus با G.S
14	24	4	5
30	33	4	5
57	59	4	6
92	80	4	5
113	92	4	5

همانطور كه قبلاً هم اشاره شد براي افزايش همگرايي روش G.S با Ybus از ضريب شتاب استفاده مي گردد. محاسبه مقدار بهينه براي ضريب شتاب كار مشكلي است زيرا در حالت كلي اين فاكتور بستگي به مشخصات شبكه و روش حل بكار رفته پيدا مي كند. تاثير اندازه ضريب شتاب در همگرايي روشهاي مختلف در شكل بعد نشان داده شده است. لازم به ذكر است كه منحني هاي اين شكل مربوط به يك سيستم داراري 30 شين و 41 خط مي باشد.



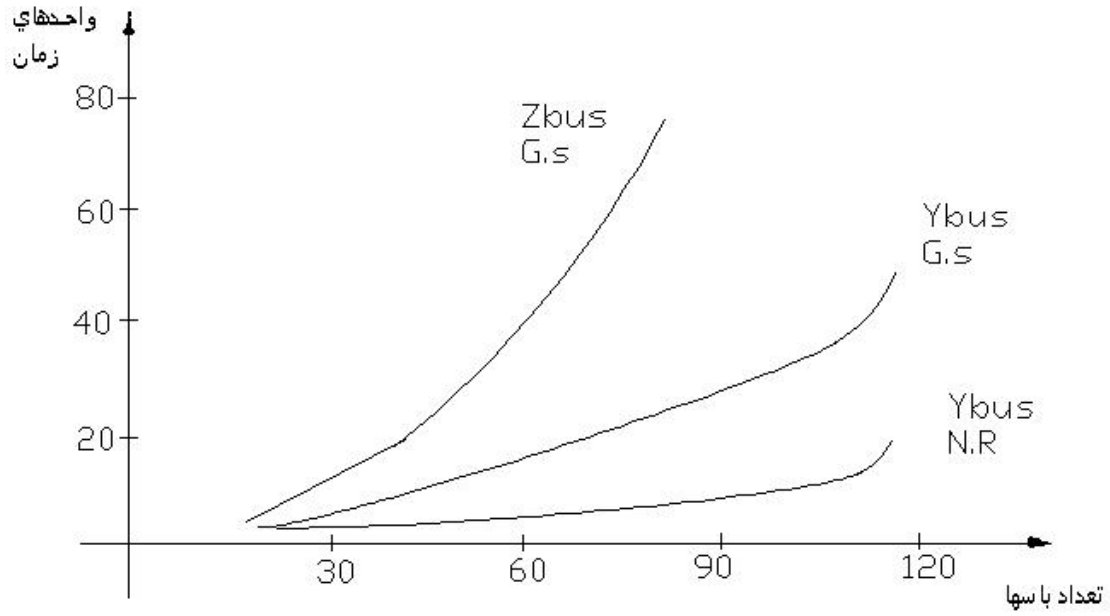
(شكل 9)

بلاخره اگر بخواهيم از نقطه نظر زمان كل مورد نياز هر يك از روشها براي رسيدن به جواب صحبت كنيم بايد بگوئيم كه متد N.R با Ybus حداقل زمان را لازم دارد. منحني هاي مربوط به روش هاي مورد بحث كه ارتباط بين كل زمان مورد نياز و تعداد باسها را هم نشان مي دهد در شكل زير آورده شده اند:



(شكل 10)

اين منحني ها در حالتي صحيح هستند كه باس كنترل ولتاژ وجود نداشته باشد. اگر تاثير اين باس را هم در مسأله در نظر بگيريم به منحني هاي شكل بعد مي رسيم.

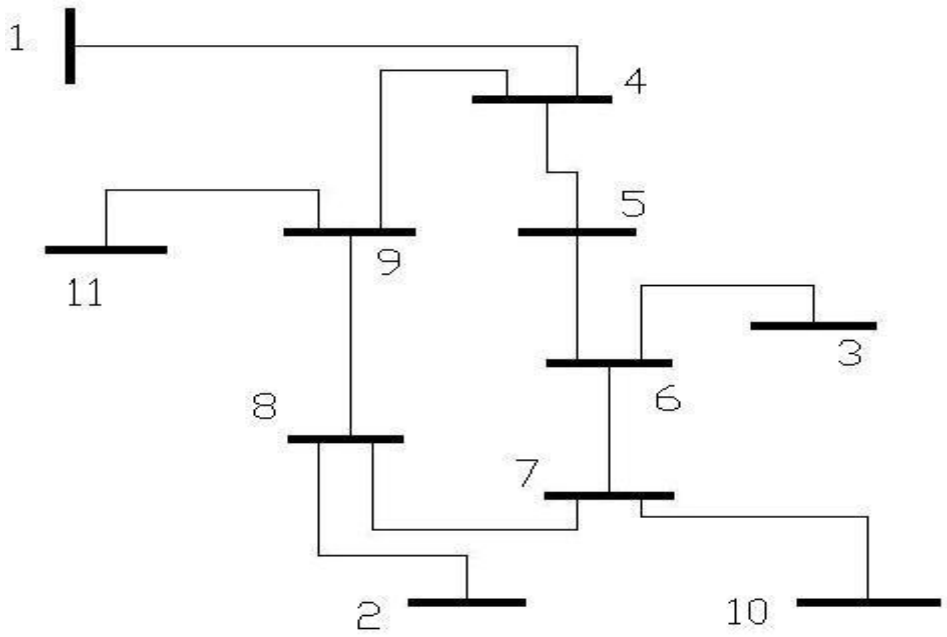


(شكل 11)

بد نيست اشاره كنيم كه با وارد شدن باسهاي كنترل ولتاژ در سيستم روش G.S با Ybus براي همگرايي به تكرارهاي كمتري (نسبت به حالت بدون باس كنترل ولتاژ) نياز پيدا مي كند. در حالتي كه تعداد تكرارهاي مورد نياز براي G.S با Zbus و N.R با Ybus اندكي افزايش مي يابد. از طرفي ديگر زمان مورد نياز براي هر تكرار در روش هاي G.S با Ybus و G.S با Zbus افزايش مي يابد. در حالي كه اين زمان براي روش N.R با Ybus كاهش مي يابد. زيرا محاسبات لازم براي باسهاي كنترل ولتاژ در اين روش ساده تر بوده و به عمليات كمتري نياز دارد.

حال به مثالي با 11 باس كه در زير آمده است و با برنامه مطلب حل شده است توجه كنيد:

- مثال: مطلوبست حل سیستم نشان داده شده در شکل زیر:



شکل (12)

Branch _ data				
Bus to	Bus	Resistance	Reactance	Susceptance
1	4	0.0000	0.0576	0.0000
4	5	0.0170	0.0920	0.1580
5	6	0.0390	0.1700	0.3580
3	6	0.0000	0.0586	0.0000
6	7	0.0119	0.1008	0.2090
7	8	0.0085	0.0720	0.1490
8	2	0.0000	0.0625	0.0000
8	9	0.0320	0.1610	0.3060
9	4	0.0100	0.0850	0.1760
9	11	0.0000	0.0750	0.0000
7	10	0.0000	0.0478	0.0000

Bus _ Data							
Number Bus	V	PG	QG	PL	QL	QL(max)	QL(min)
1	1	0	0	0.5	0.2	0	0
2	1.1	3	0	0	0	0	0
3	1	0	0	0	0	0	0
4	1	0	0	0	0	0	0
5	1	0	0	1.5	0.8	0	0
6	1	0	0	0	0	0	0
7	1	0	0	0	0	0	0
8	1	0	0	0	0	0	0
9	1	0	0	0	0	0	0
10	1.08	2.5	0	0	0	0	0
11	1	0		2	1	1.6	-0.9

```
%   Power flow solution by Gauss-Seidel method
clear
clc
pack
branch_data=[1 4 0 0.0576 0,4 5 0.017 0.092 0.158,5 6 0.039 0.17
0.358,3 6 0 0.0586 0,6 7 0.0119 0.1008 0.209,7 8 0.0085 0.072
0.149,8 2 0 0.0625 0,8 9 0.032 0.161 0.306,9 4 0.01 0.085 0.176, 9
11 0 0.075 0,7 10 0 0.0478 0];
```

```
bus_data=[1 1 1 0 0 0.5 0.2 0 0,2 2 1.1 3 0 0 0 0 0,3 1 1 0 0 0 0 0 0,
4 3 1 0 0 0 0 0 0,5 3 1 0 0 1.5 0.8 0 0,6 3 1 0 0 0 0 0 0,7 3 1 0 0 0 0 0
0,8 3 1 0 0 0 0 0 0,9 3 1 0 0 0 0 0 0,10 1 1.08 2.5 0 0 0 0 0,11 2 1 0 0
2 1 1.6 -0.9];
nl = branch_data(:,1);              nr = branch_data(:,2);
R = branch_data(:,3);               X = branch_data(:,4);
B = (j/2)*branch_data(:,5);
nbr=length(branch_data(:,1));   nbus = max(max(nl), max(nr));
Z = R + j*X;                        y= ones(nbr,1)./Z;
Ybus=zeros(nbus,nbus);              Nrepeat=0;
                          %Form Ybus
for k=1:nbr;
      Ybus(nl(k),nr(k))=Ybus(nl(k),nr(k))-y(k);
      Ybus(nr(k),nl(k))=Ybus(nl(k),nr(k));
end
for  n=1:nbus
    for k=1:nbr
        if nl(k)==n
        Ybus(n,n) = Ybus(n,n)+y(k)+B(k);
        elseif nr(k)==n
        Ybus(n,n) = Ybus(n,n)+y(k)+B(k);
        end
    end
end
clear B R X Z k n nl nr y
n=bus_data(:,1);
kb=bus_data(:,2);                       V0=bus_data(:,3);
```

```
Pg=bus_data(:,4);                    Qg=bus_data(:,5);
Pl=bus_data(:,6);                    Ql=bus_data(:,7)
Qgmax=bus_data(:,8);                 Qgmin=bus_data(:,9);
P=Pg-Pl;                             Q=Qg-Ql;
Error=1;
while max(Error)>1e-4
for L=1:nbus
                    %Compute delta and v for PQ busses
   if kb(L)==3
      YV=0;
      for k=1:nbus
         YV=YV+Ybus(L,k)*V0(k);
      end
      YV=YV-Ybus(L,L)*V0(L);
      Vm(L)=((P(L)-j*Q(L))/conj(V0(L))-YV)/Ybus(L,L);
      Error(L)=abs(Vm(L)-V0(L));
      V0(L)=Vm(L);
      Nrepeat=Nrepeat+1
   elseif kb(L)==2
                    %Compute Q and delta for PV busses
      YV=0;
      for k=1:nbus
         YV=YV+Ybus(L,k)*V0(k);
      end
      Q(L)=-imag(conj(V0(L))*YV);          Qg(L)=Q(L)+Ql(L);
      if Qg(L)>Qgmax(L)
         Q(L)=Qgmax(L)-Ql(L);
```

```
        end
        if Qg(L)<Qgmin(L)
          Q(L)=Qgmin(L)-Q(L);
        end
        YV=YV-Ybus(L,L)*V0(L);
        V1(L)=((P(L)-j*Q(L))/conj(V0(L))-YV)/Ybus(L,L);
        drad(L)=angle(V1(L));
        Vm(L)=abs(V0(L))*cos(drad(L))+j*abs(V0(L))*sin(drad(L));
        Error(L)=abs(Vm(L)-V0(L));
        V0(L)=Vm(L);
      elseif kb(L)==1
        YV=0;
        for k=1:nbus
            YV=YV+Ybus(L,k)*V0(k);
        end
        Q(L)=-imag(conj(V0(L))*YV);P(L)=real(conj(V0(L))*YV);
        Qg(L)=Q(L)+Ql(L);                    Pg(L)=P(L)+Pl(L);
        Vm(L)=V0(L);
        Error(L)=abs(Vm(L)-V0(L));
      end
    end
    V=abs(Vm)
    delta=angle(Vm)*180/pi
    PG=Pg' , QG=Qg' , Nrepeat
    end
```

خروجي اين برنامه در جدول زير آورده شده است.

Bus	V	delta	PG	QG
1	1.0000	0	1.7192	0.4218
2	1.1000	0.1107	3.0000	0.6631
3	1.0000	0	0.2289	-0.3324
4	0.9897	-4.0710	0	0
5	0.9399	-7.9290	0	0
6	1.0196	-0.7548	0	0
7	1.0658	1.9409	0	0
8	1.0759	6.9164	0	0
9	0.9964	-6.4299	0	0
10	1.0800	0	-0.8156	0.3351
11	1.0000	-15.0882	0	1.1992

حال همين مثال را به روش نيوتن رافسون حل مي كنيم:

```
%   Power flow solution by Newton-Raphson method
clear
clc
pack
branch_data=[1 4 0 0.0576 0,4 5 0.017 0.092 0.158,5 6 0.039 0.17
0.358,3 6 0 0.0586 0,6 7 0.0119 0.1008 0.209,7 8 0.0085 0.072
0.149,8 2 0 0.0625 0,8 9 0.032 0.161 0.306,9 4 0.01 0.085 0.176,
9 11 0 0.075 0,7 10 0 0.0478 0];
bus_data=[1 1 1 0 0 0.5 0.2 0 0,2 2 1 3 0 0 0 0 0,3 1 1 0 0 0 0 0 0,
4 3 1 0 0 0 0 0 0,5 3 1 0 0 1.5 0.8 0 0,6 3 1 0 0 0 0 0 0,7 3 1 0 0 0 0 0
```

```
0,8 3 1 0 0 0 0 0 0,9 3 1 0 0 0 0 0 0,10 1 1 2.5 0 0 0 0 0,11 2 1 0 0 2
1 1.6 -0.9];
nl = branch_data(:,1);                    nr = branch_data(:,2);
R = branch_data(:,3);                     X = branch_data(:,4);
B = (j/2)*branch_data(:,5);
nbr=length(branch_data(:,1));             nbus = max(max(nl), max(nr));
Z = R + j*X;
y= ones(nbr,1)./Z;
Ybus=zeros(nbus,nbus);
Nrepeat=0
                              %Form Ybus
for k=1:nbr;
      Ybus(nl(k),nr(k))=Ybus(nl(k),nr(k))-y(k);
      Ybus(nr(k),nl(k))=Ybus(nl(k),nr(k));
end
for  n=1:nbus
    for k=1:nbr
        if nl(k)==n
        Ybus(n,n) = Ybus(n,n)+y(k)+B(k);
        elseif nr(k)==n
        Ybus(n,n) = Ybus(n,n)+y(k)+B(k);
        end
    end
end
clear B R X Z k n nl nr y
n=bus_data(:,1);                          kb=bus_data(:,2);
V0=bus_data(:,3);
```

```
Pg=bus_data(:,4);                    Qg=bus_data(:,5);
Pl=bus_data(:,6);                    Ql=bus_data(:,7);
Qgmax=bus_data(:,8);                 Qgmin=bus_data(:,9);
P=Pg-Pl;                             Q=Qg-Ql;
                    %   Form Jacobian matrix
V=abs(V0) ;                       delta=angle(V0);
Y=abs(Ybus) ;                     teta=angle(Ybus);
m=0;
for t=1:nbus
   if kb(t)==3 ,
      m=m+1 ;
      YV=0;
     for k=1:nbus
        YV=YV+Ybus(t,k)*V0(k);
     end
   end
end
Error=1;
while max(Error)>1e-12
for n=2:nbus
   for k=2:nbus
      if k==n
        YV1=0;YV2=0;
        for r=1:nbus
           YV1=YV1+Y(k,r)*V(r)*sin(delta(k)-delta(r)-teta(k,r));
           YV2=YV2+Y(k,r)*V(r)*cos(delta(k)-delta(r)-teta(k,r));
        end
```

```
        P0(k,1)=YV2*V(k);
        Q0(k,1)=YV1*V(k);
        J1(k,k)=-V(k)*(YV1+Y(k,k)*V(k)*sin(teta(k,k)));
        J2(k,k)=V(k)*Y(k,k)*cos(teta(k,k))+YV2;
        J3(k,k)=V(k)*(YV2-Y(k,k)*V(k)*cos(teta(k,k)));
        J4(k,k)=-V(k)*Y(k,k)*sin(teta(k,k))+YV1;
    else
        J1(k,n)=V(k)*Y(k,n)*V(n)*sin(delta(k)-delta(n)-teta(k,n));
        J2(k,n)=V(k)*Y(k,n)*cos(delta(k)-delta(n)-teta(k,n));
        J3(k,n)=-V(k)*Y(k,n)*V(n)*cos(delta(k)-delta(n)-teta(k,n));
        J4(k,n)=V(k)*Y(k,n)*sin(delta(k)-delta(n)-teta(k,n));
    end
    Q(k)=-imag(conj(V0(k))*YV);     P(k)=real(conj(V0(k))*YV);
    Qg(t)=Q(t)+Ql(t);               Pg(t)=P(t)+Pl(t);
    if Qg(t)>Qgmax(t)
      Q(t)=Qgmax(t)-Ql(t);
    end
    if Qg(t)<Qgmin(t)
      Q(t)=Qgmin(L)-Q(t);
   end
    Q(t)=-imag(conj(V0(t))*YV);     P(t)=real(conj(V0(t))*YV);
    Qg(t)=Q(t)+Ql(t);               Pg(t)=P(t)+Pl(t);
  end
end
J1=J1([2:nbus],[2:nbus]);          J2=J2([2:nbus],[2:m+1]);
J3=J3([2:m+1],[2:nbus]);           J4=J4([2:m+1],[2:m+1]);
J=[J1 J2;J3 J4];
```

```
dP=P-P0;dQ=Q-Q0;
dy=[dP([2:nbus]);                    dQ([2:m+1])];
dx=inv(J)*dy;
x0=[delta([2:nbus]);V([2:m+1])];
x=dx+x0;
Error=abs(x-x0);
delta([2:nbus],1)=x([1:nbus-1],1);
V([2:m+1],1)=x([nbus:nbus+m-1],1)
Delta=delta*180/pi
PG=Pg'  ,  QG=Qg'  ,  Nrepeat=Nrepeat+1
end
```

خروجي اين برنامه در جدول زير آورده شده است.

Bus	V	delta	PG	QG
1	1.0000	0	0.5830	0.6927
2	0.9847	-0.0018	3.0000	0.4570
3	0.9640	0.1672	0.1200	0
4	0.9955	-3.2560	0	0
5	0.9903	-5.9981	0	0
6	0.9786	0.1672	0	0
7	0.9938	1.0421	0	0
8	1.0000	4.9582	0	0
9	1.0000	-5.0192	0	0
10	1.0000	-0.0492	0.0274	0.4508
11	1.0000	-12.3905	0.5420	1.0120

(همانطور که قبلاً نیز متذکر شدیم) در این مثال که با برنامه مطلب حل شده بود، در روش گوس سایدل با تعداد تکرار حدود 30 بار و خطاي زیادتر مسأله به جواب رسید ولي روش نیوتن رافسون تنها با 5 تکرار و خطاي خیلي کمتر جواب مسأله را به ما داد.

فصل ششم

روش حذف و مدل کردن در مسأله پخش بار

در اين قسمت به بررسي مدل كردن و حذف باس بارها در حل مسائل پخش بار مي پردازيم. به اين ترتيب كه بارها ابتدا مدل مي شوند و به ماتريس ادميتانس منتقل مي شوند و باس هاي مربوط حذف خواهند شد. ماتريس ادميتانس از نظر ابعاد هم مرتبه تعداد باسهاي كنترل ولتاژ مي باشد. در اين حالت مختصر شده مجهولات عبارتند از تنها زاويه ولتاژهاي باسهاي كنترل ولتاژ. حال از روش نيوتن رافسون براي حل زواياي ولتاژ در مدل مختصر شده استفاده مي كنيم و سپس ولتاژها و زواياي سيستم اصلي از يك روش مستقيم بدست خواهد آمد. مسأله براي حال 118 باس و سيستمي با 131 باس شبيه سازي شده است. كه البته نشان خواهد داد كه در روش كاهش يافته بيان شده زمان خيلي بهتر و سريعتر از حالت سيستم كلي مي باشد. [6]

بارها بصورت زير مدل مي شوند:

$$S_L^* = P_L - jQ_L \quad (1)$$

$$P_L = P_0 V^a \quad (2)$$

$$Q_L = Q_0 V^b \quad (3)$$

كه در آن:

P_0 : توان اكتيو در ولتاژ نامي

Q_0 : توان راكتيو در ولتاژ نامي

a : ثابت اكسپتانسيل وابسته به ولتاژ در مدل توان اكتيو

b : ثابت اكسپتانسيل وابسته به ولتاژ در مدل توان راكتيو

مي دانيم كه:

$$S_L^* = V^* I_L = Y_L V^2 \qquad (4)$$

كه از تركيب فرمولهاي فوق بدست مي آوريم:

$$Y_L = \frac{1}{V^2}\left[P_0 V^a - jQ_0 V^b\right] \qquad (5)$$

كه اگر a = b فرض شود بصورت زير خلاصه مي شود:

$$Y_L = \left(P_0 - jQ_0\right)V^{(a-2)} \qquad (6)$$

از نتيجه حاصل شده 3 حالت خاص ممكن است روي دهد:

۱. مدل بار ادميتانس ثابت (a = b = 2)

$$Y_L = \left(p_0 - jQ_0\right) \qquad (7)$$

۲. مدل توان مختلط ثابت (a = b = 0)

$$Y_L = \frac{1}{V^2}\left(p_0 - jQ_0\right) \qquad (8)$$

۳. مدل جريان ثابت (a = b = 1)

$$Y_L = \frac{1}{V}\left(p_0 - jQ_0\right) \qquad (9)$$

ماتريس ادميتانس چنين تغيير داده مي شود كه ادميتانس بار به المانهاي قطري كه متعلق به باسهاي بر هستند اضافه مي شوند. پس از آن باس بارها حذف مي شوند تا مدل كاهش يافته زير حاصل آيد:

$$\begin{bmatrix} I_L \\ I_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_L & Y_{LG} \\ Y_{GL} & Y_G \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} V_L \\ V_G \end{bmatrix} \tag{10}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ I_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_L & Y_{LG} \\ Y_{GL} & Y_G \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} V_L \\ V_G \end{bmatrix} \tag{11}$$

$$Y_L V_L + Y_{LG} V_G = 0 \tag{12}$$

با فرض:

$$I_G = Y_{GL} V_L + Y_G V_G \tag{13}$$

$$V_L = -Y^{-1} Y_{LG} V_G \tag{14}$$

$$Y_R = Y_G - Y_{GL} Y^{-1} Y_{LG} \tag{15}$$

مي توان نوشت:

$$I_G = Y_R V_G \tag{16}$$

حل مدل مختصر شده چين است:

توان مختلط تزريقي

$$S_{Gi}^* = V_{Gi}{}^* I_{Gi} = V_{Gi}^* \sum_{j=1}^{NG} V_{Gj} Y_{ij} \tag{17}$$

Y_{ij} : المانهاي ماتريس ادميتانس باس كاهش يافته Y_R است.

NG : تعداد باسهاي كنترل ولتاژ در سيستم است.

$$\Delta P_i = V_{Gi} \sum_{j=1}^{NG} V_{Gj} \left[G_{ij} \cos(\delta_{ij}) + B_{ij} \sin(\delta_{ij}) \right] - P_{isp} \tag{18}$$

كه با استفاده از روش نيوتن رافسون جواب معادله زير بر حسب $\Delta\delta$ بدست مي آيد:

$$\Delta P = -J \Delta\delta \tag{19}$$

پس از محاسبه زاويه هاي باس كنترل ولتاژ معادله (14) را براي بدست آوردن زاويه ها و ولتاژهاي باس بار حل مي كنيم. ادميتانسهاي بار نيز از معادله (5) دوباره محاسبه مي گردند، Y_L نيز از معادله (15) بدست مي آيد. در نهايت معادله (19) حل مي شود و تكرار ادامه مي يابد تا همگرايي حاصل شود. [1]

قدرت روش بيان شده فوق در سرعت بالا و دقت در همگرايي مي باشد بطوريكه سرعت انجام محاسبات خيلي سريع تر از روش نيوتن رافسون بوده و تقريباً با Fast Decoupled برابر است. همچنين از روش BE نيز سريع تر است. البته مزيت اين روش بر روش FD در اين است كه همگرايي توسط نسبت R/X تحت تأثير قرار نمي گيردو از مشخصه دقيق تري نيز برخوردار است. [2]

اين روش كه به MODIFIED BUS ELIMINATION METHOD (MBE) معروف است را در زير خلاصه كرده ايم:

$$I_L = \frac{S_L^*}{V_L^*} = \frac{P_0 V^a - jQ_0 V^b}{V_L^*} \qquad (1)$$

معادلات سيستم در حالت كلي چنين است:

$$\begin{bmatrix} I_G \\ I_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{GG} & Y_{GL} \\ Y_{LG} & Y_{LL} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} V_G \\ V_L \end{bmatrix} \qquad \begin{matrix} (2) \\ (3) \end{matrix}$$

$$V_L = Y_{LL}^{-1}\left[I_L - Y_{LG} V_G\right] \qquad (4)$$

با جايگذاري معادله (4) در (2) داريم:

$$I'_G = Y'_G V_G \qquad (5)$$

$$I'_G = I_G - Y_{GL} Y_{LL}^{-1} I_L = I_G - I'_L \qquad (6)$$

که در آن:

$$Y'_G = Y_{GG} - Y_{GL} Y_{LL}^{-1} Y_{LG} \qquad (7)$$

چنانچه ديده مي شود تمام سيستم توصيف شده در معادلات (2,3) بصورت خلاصه شده در (5) آورده شده است كه تمام بارها به باسهاي PV تبديل شده اند و تمام باسهاي PQ بوسيله فرم (7) حذف گرديده اند.

در باسهاي PV داريم:

$$\Delta P_{Gi} = P_{Gi(specified)} - P_{Gi(calculated)} \qquad (8)$$

$$P_{Gi(calculated)} = \mathrm{Re}\left[S_{Gi}^*\right] = \mathrm{Re}\left[V_{Gi} * I_{Gi}\right] \qquad (9)$$

که در آن:

با روش نيوتن رافسون معادله را حل مي كنيم:

$$\Delta P = H \Delta \delta \qquad (10)$$

که در آن:

$$H_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = |V_i|\left(G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}\right)|V_j|$$

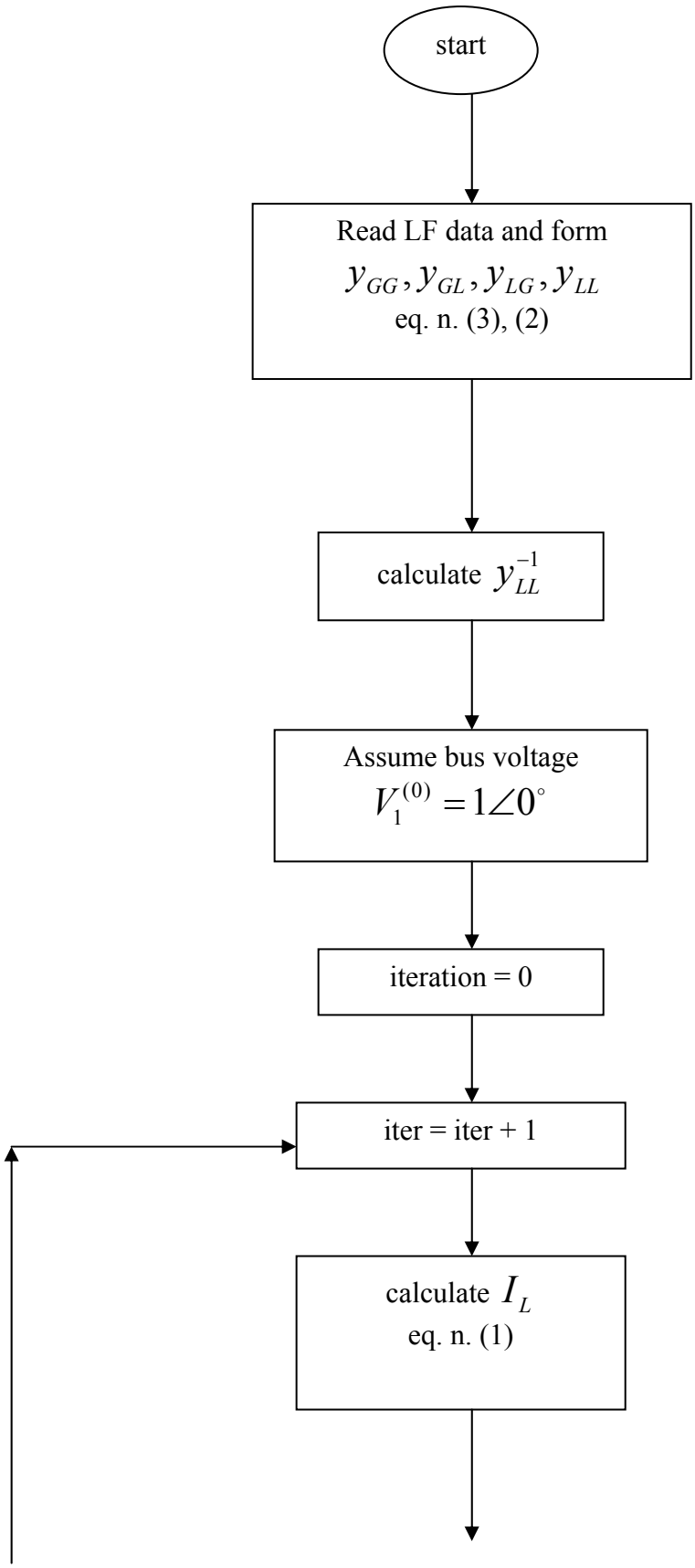
$$H_{ii} = \frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = -B_{ii}|V_i|^2 + \mathrm{Im}\left[V_{Gi}^* I_{Gi}\right]$$

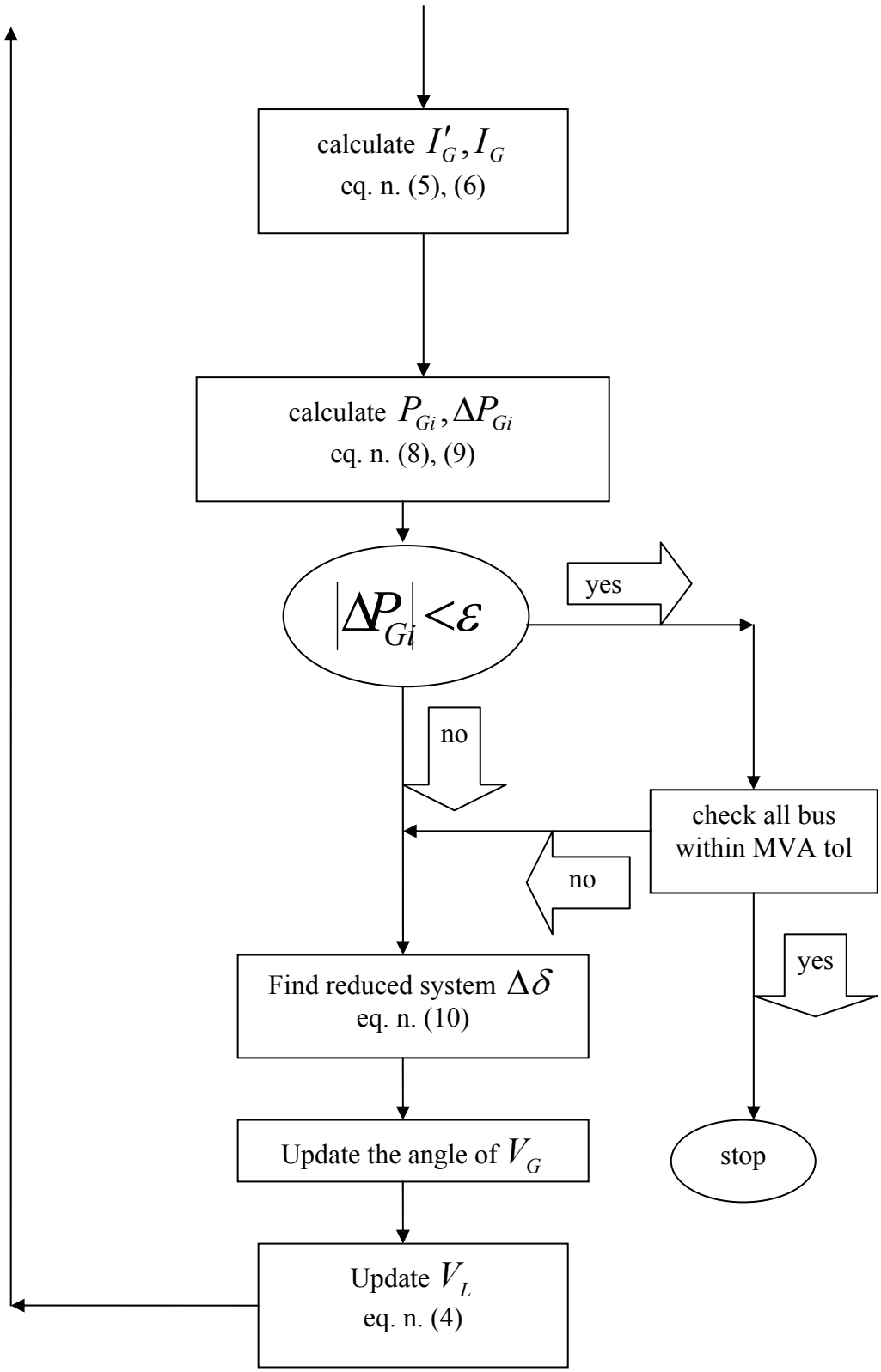
در مدل ماتريس ادميتاس جديد المانهاي Y'_G در معادله (5) چنين است:

$$Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij}$$

پس از محاسبه زاويه باس PV، ولتاژ باس PQ بدست آمده از (4) و جريان بار جديد دوباره از (1) محاسبه مي گردند.

براي آشنايي بهتر با روش MBE فلوچارت آن در زير آورده شده است:

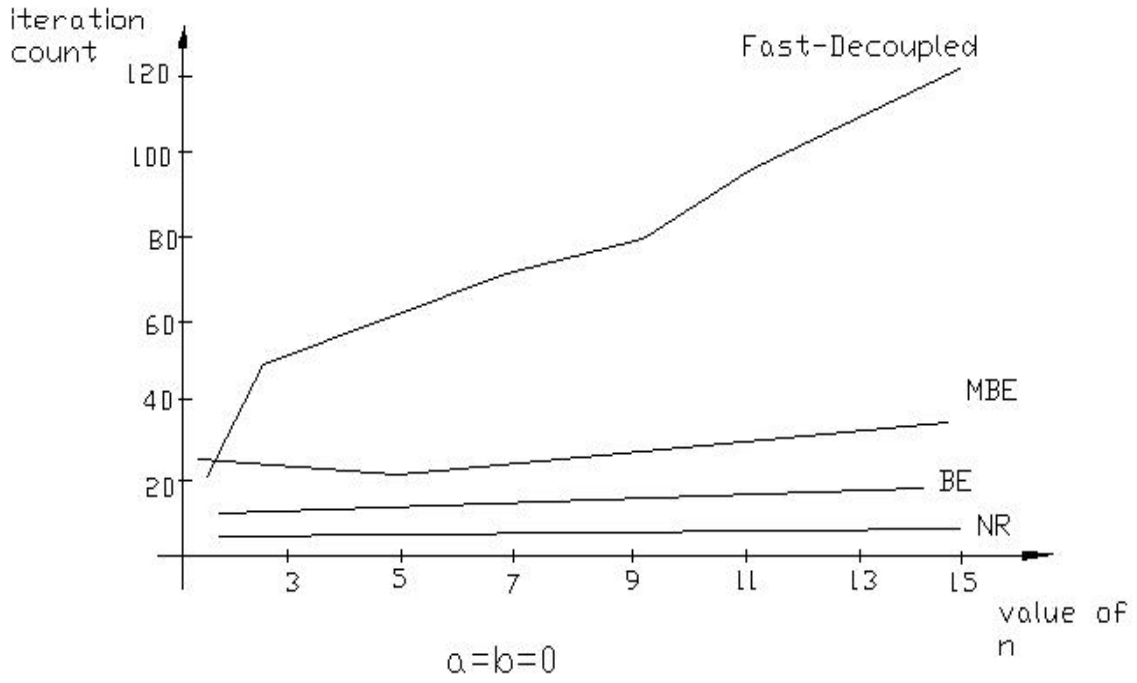

start
Read LF data and form
$y_{GG}, y_{GL}, y_{LG}, y_{LL}$
eq. n. (3), (2)
calculate y_{LL}^{-1}
Assume bus voltage
$V_1^{(0)} = 1\angle 0^\circ$
iteration = 0
iter = iter + 1
calculate I_L
eq. n. (1)



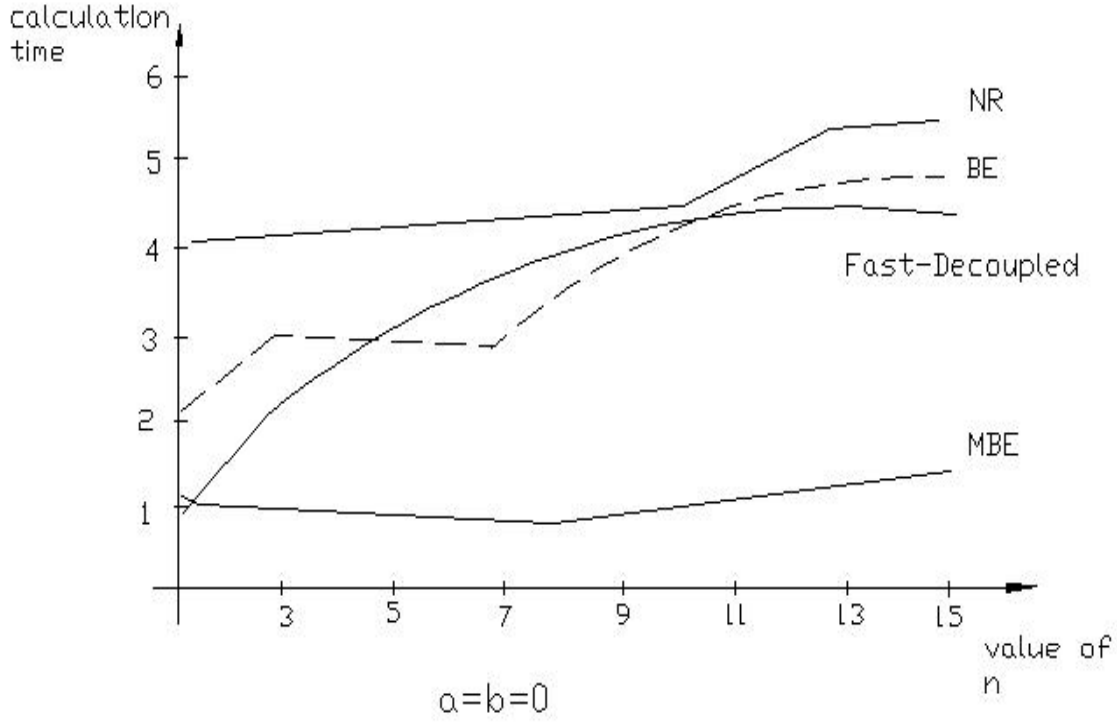
فلوچارت 6- فلوچارت روش MBE

حال که الگوریتم روش MBE بیان گردید به جدول زیر که مقایسه اي عددي بین مدت زمان و تعداد تکرارها در روشهاي مختلف صورت داده توجه مي کنیم:

	Method	No. of iteration	Time(s)
a=b=0	NR	4	4.1
	FD	22	1.1
	BE	2 , 2 , 2 , 1 , 1	2.3
	MBE	21	1.3
a=b=1	BE	2 , 2 , 1 , 1	1.9
	MBE	17	1.1
a=b=2	BE	2	0.4
	MBE	13	0.9
a=1.38 b=3.22	BE	2 , 2 , 1	1.6
	MBE	16	1.1


iteration count
120
100
80
60
40
20
Fast-Decoupled
MBE
BE
NR
3
5
7
9
11
13
15
value of n
a=b=0

(شکل 13)


calculation time
6
5
4
3
2
1
NR
BE
Fast-Decoupled
MBE
3
5
7
9
11
13
15
value of n
a=b=0

(شکل 14)

منابع و مراجع

[1] R.N. DHAR. “Computer Aided Power Operation & Analysis”.

[2] Price, W.W. Wirgan. K.A. Murdock. A. Mitsche. J.V. Vahedi. E. and EL_ Kady. M.A.. “Load Modeling for Power Flow and Transient Stability Computer Studies” IEEE Trans. on power system. Vol.3. No.1. pp. 180_187. February 1988.

[3] Dias, L.G. and EL_Hawary, M.E.. “Electric Power System Static Load Model Parameter Estimation Using Newton’s Method.”
Electric Machines and Power System.Vol.14. NO.5.pp.317_328,1988

[4] Stagy and EL_Abiad. “Computer Methods in Power System Analysis.” 1968

[5] W.F. Tinny and C.D. Hart, “Power Flow Solution by Newton’s Method.” IEEE Transaction on Power Apparatus and System, Vol.68, pp.1449, 1967

[6] Jawad Talay, “Modeling and Elimination of Load Buses in Power Flow Solution.” IEEE Trans. on Power System, Vol.10, No.3, August 1995.